

## Modeling of the Process of Functioning of the Digester of a Biogas Plant during Methane Fermentation of Cow Manure

Polishchuk V., Shvorov S., Titova L., Zubok T., Yevtushenko V.,  
Dvornyk Ye., Valiev T.

National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine,  
Kyiv, Ukraine

**Abstract.** Ensuring high and stable biogas output during digester operation is ensured by regulating and monitoring values of control parameters. The purpose of article is to develop model of process of functioning of digester during methane mono-fermentation of cow manure with establishment of values of control parameters. A solution to model was found to obtain dynamics of biogas yield, while experimental and simulated dynamics of biogas yield were as close as possible. The developed model is system of differential equations that describe changes in concentrations of substrate nutrients  $N_s$ , methanogen biomass  $M_b$  and dynamics of biogas output in digester  $B$ . The system of differential equations was solved in Simulink package  $M_b = f(t)$ , obtaining dependencies  $N_s = f(t)$  and  $B = f(t)$ . The dependence  $B = f(t)$  was compared with results of studies conducted on laboratory biogas plant with digester with useful volume of 30 liters at temperature of 37°C with periodic substrate loading system. By selecting parameters of model, resulting function  $B = f(t)$  was compared with similar one obtained experimentally. It has been established that in model of digester functioning process during methane mono-fermentation of cow manure, following coefficients have following meaning: bacterial growth rate  $K = 0.038 \text{ m}^3/(\text{kg day})$ ; substrate assimilation  $\alpha_k = 0.3$ ; bacterial growth rate  $b_v = 0.0045 \text{ m}^3/(\text{kg day})$ ; rate of conversion of nutrients into biogas  $\gamma_{conv} = 0.00085 \text{ m}^6/\text{kg}$ . The obtained values of coefficients make it possible to carry out modeling of process of methane mono-digestion of cow manure and predict biogas yield at different initial values of concentration of methanogen biomass, concentration of substrate nutrients, digester volume, which is used in industrial biogas plants.

**Keywords:** biogas, biogas plant, methane tank, mathematical model, modeling, substrate, nutrients, methanogens.

DOI: <https://doi.org/10.52254/1857-0070.2024.2-62.13>

UDC: 621.18:621.182

### Modelarea procesului de funcționare a fermentatorului unei instalații de biogaz în timpul fermentației cu metan a gunoiului de grajd de vacă

Polisciuk V., Șvorov S., Titova L., Zubok T., Evtuşenco V., Dvornic E., Valiev T.

Universitatea Națională de Bioresurse și Managementul Naturii din Ucraina, Kiev, Ucraina

**Rezumat** Asigurarea unui randament ridicat și stabil de biogaz în timpul funcționării fermentatorului este asigurată prin reglarea și monitorizarea valorilor parametrilor de control. Scopul articolului este de a elabora un model matematic al procesului de funcționare a unui fermentator în timpul monofermentării cu metan a gunoiului de grajd de vacă cu stabilirea valorilor parametrilor de control. Scopul articolului este de a elabora un model matematic al procesului de funcționare a unui fermentator în timpul monofermentării cu metan a gunoiului de grajd de vacă cu stabilirea valorilor parametrilor de control. Scopul a fost atins printr-un studiu experimental al dinamicii producției de biogaz în timpul monofermentării cu metan a gunoiului de grajd de vacă. S-a găsit o soluție la model pentru a obține dinamica randamentului biogazului, în timp ce dinamica experimentală și simulată a fost cât mai apropiată. Modelul dezvoltat este un sistem de ecuații diferențiale care descriu modificările concentrațiilor de nutrienți  $N_s$  din substrat, biomasa metanogenului  $M_b$  și dinamica producției de biogaz în digester B. Sistemul de ecuații diferențiale a fost rezolvat în pachetul Simulink  $M_b = f(t)$ , obținându-se dependențe  $N_s = f(t)$  și  $B = f(t)$ . Dependența a fost comparată cu rezultatele studiilor efectuate pe instalație de biogaz de laborator cu digester cu volum util de 30 litri la temperatura de 37°C cu sistem de încărcare periodică a substratului. Prin selectarea parametrilor modelului, funcția rezultată a fost comparată cu una similară obținută experimental. Sa stabilit că, în modelul procesului de funcționare a

digestorului în timpul monofermentării metanului a gunoiului de grajd de vacă, următorii coeficienți au următoarele semnificații: rata de creștere bacteriană  $K = 0.038 \text{ m}^3/(\text{kg zi})$ ; asimilarea substratului  $\alpha_k = 0.3$ ; rata de creștere bacteriană  $b_v = 0.0045 \text{ m}^3/(\text{kg zi})$ ; rata de conversie a nutrienților în biogaz  $\gamma_{conv} = 0.00085 \text{ m}^6/\text{kg}$ . Valorile coeficienților obținute permit realizarea modelării procesului de monodigestie a metanului a gunoiului de grajd de vacă și prezicerea randamentului de biogaz la diferite valori inițiale ale concentrației biomasei metanogenului, concentrația nutrienților substratului, volumul digestorului, care este utilizat în biogazul industrial. plantelor.

**Cuvinte-cheie:** biogaz, instalație de biogaz, fermentator, model matematic, modelare, substrat, nutrienți, metanogene.

### Моделирование процесса функционирования ферментера биогазовой установки при метановом сбраживании коровьего навоза

Полищук В., Шворов С., Титова Л., Зубок Т., Евтушенко В., Дворник Е., Валиев Т.

Национальный университет биоресурсов и природопользования Украины, Киев, Украина

**Аннотація.** Обеспечение высокого и стабильного выхода биогаза при работе ферментера обеспечивается регулированием и контролем значения управляющих параметров. Целью статьи является разработка математической модели процесса функционирования ферментера при метановом монображивании коровьего навоза с установлением значения управляющих параметров. Цель достигнута экспериментальным исследованием динамики выхода биогаза при метановом монображивании коровьего навоза. Найдено решение модели с получением динамики выхода биогаза, при этом экспериментальная и смоделированная динамики были максимально близкими. Разработанная математическая модель представляет собой систему дифференциальных уравнений, описывающих изменение в ферментере концентраций питательных веществ субстрата  $N_s$ , биомассы метаногенов  $M_b$  и динамики выхода биогаза  $B$ . Система дифференциальных уравнений была решена в пакете Simulink с получением зависимостей  $M_b = f(t)$ ,  $N_s = f(t)$  и  $B = f(t)$ . Зависимость  $B = f(t)$  сравнивалась с результатами экспериментальных исследований, проведенных на лабораторной биогазовой установке с ферментером полезным объемом 30 л при температуре 37°C с периодической системой загрузки субстрата. Путем подбора параметров математической модели полученная функция  $B = f(t)$  сравнивалась с аналогичной, полученной экспериментальным путем. Установлено, что в математической модели процесса функционирования ферментера при метановом монображивании коровьего навоза имеют следующее значение коэффициенты: скорости роста бактерий  $K = 0,038 \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сутки})$ ; усвоения субстрата  $\alpha_k = 0,3$ ; скорости роста бактерий  $b_v = 0,0045 \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{сутки})$ ; скорости превращения питательных веществ в биогаз  $\gamma_{conv} = 0,00085 \text{ м}^6/\text{кг}$ . Полученные значения коэффициентов позволяют проводить математическое моделирование процесса метанового монображивания коровьего навоза и прогнозировать выход биогаза при разных начальных значениях концентрации биомассы метаногенов, концентрации питательных веществ субстрата, объема ферментера, а также при квазинепрерывной загрузке субстратом ферментера, которая используется во всех промышленных биогазовых установках.

**Ключевые слова:** биогаз, биогазовая установка, ферментер, математическая модель, моделирование, субстрат, питательные вещества, метаногены.

### I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Крупные животноводческие предприятия производят большое количество отходов, загрязняющих окружающую среду. Эти отходы путем метановой деструкции (метаногенеза, анаэробного метанового сбраживания) можно переработать в энергетически ценный биогаз.

Метановая деструкция осуществляется в ферментерах при постоянном перемешивании, которое способствует созданию гомогенной среды. Наиболее распространенный температурный режим метановой деструкции отходов

животноводства – мезофильный (35-37°C), поскольку для данного температурного режима интенсивность выхода биогаза не настолько чувствительна к колебаниям температуры субстрата, как при термофильном режиме [1; 2].

Для обеспечения высокого и стабильного выхода биогаза при работе ферментера необходимо регулировать и контролировать значения управляющих параметров. Для этого необходимо разработать математическую модель функционирования ферментера биогазовой установки с учетом процесса получения биогаза, оценить

параметры модели по экспериментальным данным, и определить оптимальные значения управляющих параметров.

## II. АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотрим процесс функционирования ферментера биогазовой установки в первом приближении. Метанообразующие бактерии (метаногены), вносимые в субстрат, питаются питательными веществами субстрата. Продуктом метаболизма метаногенов является биогаз.

Концентрация метаногенов и питательных веществ субстрата, а также динамика выхода биогаза не является постоянной величиной и с течением времени меняется. Поэтому математическую модель функционирования ферментера биогазовой установки в общем случае можно представить посредством системы дифференциальных уравнений [3; 4; 5]:

$$\begin{cases} \frac{dM_b}{dt} = M_b(t) \\ \frac{dN_s}{dt} = N_s(t) \\ \frac{dB}{dt} = B(t) \end{cases}, \quad (1)$$

где:  $M_b$  – концентрация биомассы метаногенов в субстрате, кг/м<sup>3</sup>;  $N_s$  – концентрация питательных веществ субстрата, усваиваемых метаногенами, кг сухого органического вещества (COB)/м<sup>3</sup>;  $B$  – объем полученного биогаза, м<sup>3</sup>;  $t$  – гидравлическое время удержания (время метанового сбраживания субстрата), суток;  $dM_b/dt$  – изменение концентрации в ферментере биомассы метаногенов во времени, кг/м<sup>3</sup>·сутки;  $dN_s/dt$  – изменение концентрации в ферментере питательных веществ субстрата во времени, кг/м<sup>3</sup>·сутки;  $dB/dt$  – динамика выхода биогаза во времени, м<sup>3</sup>/сутки.

Совместное решение этих уравнений при заданных начальных условиях позволяет определить изменение времени концентрации метаногенов, питательных веществ субстрата и выход биогаза.

*Изменение концентрации в ферментере питательных веществ субстрата во времени.* Питательные вещества субстрата в ферментере делятся на три составляющие: питательные вещества, загружаемые в

ферментер вместе с субстратом; питательные вещества, выгружаемые из ферментера вместе с субстратом; питательные вещества, которые перерабатываются метаногенами и превращаются в микробную биомассу и продукты метаболизма (биогаз) [6]:

$$\frac{dN_s}{dt} = \left(\frac{dN_s}{dt}\right)_{inp} - \left(\frac{dN_s}{dt}\right)_{out} - \left(\frac{dN_s}{dt}\right)_{conv}, \quad (2)$$

где  $dN_s/dt$  – изменение концентрации в ферментере питательных элементов субстрата во времени, кг/м<sup>3</sup>·сутки;  $(dN_s/dt)_{inp}$  – изменение концентрации питательных элементов во времени, загруженных с субстратом в ферментер, кг/м<sup>3</sup>·сутки;  $(dN_s/dt)_{out}$  – изменение концентрации питательных элементов во времени, выгруженных из субстрата с ферментера, кг/м<sup>3</sup>·сутки;  $(dN_s/dt)_{conv}$  – изменение концентрации питательных элементов субстрата во времени, конвертируемых метаногенами, кг/м<sup>3</sup>·сутки.

Изменение концентрации питательных элементов во времени, загруженных с субстратом в ферментер  $(dN_s/dt)_{inp}$ , определяется по выражению [6]:

$$\left(\frac{dN_s}{dt}\right)_{inp} = K_p \cdot N_{s0}, \quad (3)$$

где  $K_p$  – относительная скорость поступления субстрата (коэффициент разбавления культуры потоком свежего субстрата), сутки<sup>-1</sup>;  $N_{s0}$  – начальная концентрация питательных веществ в субстрате, кг/м<sup>3</sup>.

Изменение концентрации питательных элементов во времени, выгруженных из субстратом с ферментера  $(dN_s/dt)_{out}$  определяется по формуле [6]:

$$\left(\frac{dN_s}{dt}\right)_{out} = K_p \cdot N_s, \quad (4)$$

где  $N_s$  – концентрация питательных веществ субстрата, усваиваемых метаногенами, кг COB/м<sup>3</sup>.

Изменение концентрации питательных элементов субстрата во времени, конвертируемых метаногенами, в работе [4] определяется выражением:

$$\left(\frac{dN_s}{dt}\right)_{conv} = \alpha_k \cdot b_v \cdot N_s \cdot M_b, \quad (5)$$

где  $\alpha_k$  – безразмерный коэффициент усвоения субстрата;  $b_v$  – коэффициент скорости роста бактерий, м<sup>3</sup>/(кг·сутки).

*Изменение концентрации в ферментере биомассы метаноенов во времени.* Наиболее распространены модели, описывающие кинетику в зависимости от концентрации только одного субстрата, который называют лимитирующим; считается, что другие субстраты при этом находятся в избытке и не влияют на скорость роста. Простейшая кинетическая математическая модель концентрации биомассы микроорганизмов описывается простой моделью Мальтуса (моделью экспоненциального роста) [7; 8]:

$$\frac{dM_b}{dt} = \mu \cdot M_b, \quad (6)$$

где  $dM_b/dt$  – изменение концентрации в ферментере биомассы метаноенов во времени, кг/м<sup>3</sup>·сут;  $M_b$  – концентрация биомассы метаноенов в субстрате, кг/м<sup>3</sup>;  $\mu$  – удельная скорость роста метаноенов, сутки<sup>-1</sup> (этот параметр аналогичен сложным процентам; например, удельная скорость роста 0,1 сутки<sup>-1</sup> эквивалентна скорости роста 10% в сутки [8]).

По модели Кобозева удельная скорость роста метаноенов  $\mu$  находится в линейной зависимости от концентрации питательных веществ в субстрате  $N_s$  [9]:

$$\mu = K \cdot N_s, \quad (7)$$

где  $K$  – коэффициент скорости роста бактерий, м<sup>3</sup>/(кг·сутки).

Удельную скорость роста метаноенов  $\mu$  также можно определить по моделям Блэкмана [3], Моно [3; 10], Мозера [3; 6], Контуа [6; 11], Пауэлла [6], Чэна и Хашимото [6; 12-14], Бергтера [6], Митсдорфера [6].

Вместе с тем, в процессе роста метаноенов, и особенно при замедлении роста и в стационарной фазе, одновременно с ростом происходит их отмирание, что можно описать как [15]:

$$\frac{dM_b}{dt} = \mu M_b - \mu_d M_b, \quad (8)$$

где  $\mu_d$  – удельная скорость отмирания метаноенов, сутки<sup>-1</sup>.

Удельную скорость отмирания метаноенов  $\mu_d$  можно определить по моделям Герберта, Ферхюльста, Рамкришны, Колпикова [3].

Удельная скорость отмирания метаноенов  $\mu_d$  по модели Ферхюльста определяется по выражению [3]:

$$\mu_d = K \cdot M_b. \quad (9)$$

*Динамика выхода биогаза во времени.* В работах [16-18] динамика выхода биогаза во времени  $dB/dt$  определялась по выражению:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{K_\gamma \cdot N_s}{\rho_c}, \quad (10)$$

где  $dB/dt$  – динамика выхода биогаза во времени, м<sup>3</sup>/сутки;  $K_\gamma$  – коэффициент, м<sup>3</sup>/(кг·сутки);  $\rho_c$  – плотность субстрата, кг/м<sup>3</sup>.

Выражение для определения динамики выхода биогаза во времени  $dB/dt$  предложенное в работе [4], имеет вид:

$$\frac{dB}{dt} = \gamma_{conv} \cdot b_v \cdot M_b \cdot N_s, \quad (11)$$

где  $b_v$  – коэффициент скорости роста бактерий, м<sup>3</sup>/(кг·сутки);  $\gamma_{conv}$  – коэффициент скорости превращения питательных веществ в биогаз, м<sup>6</sup>/кг.

Итак, в результате анализа предварительных исследований математических моделей процесса функционирования ферментера биогазовой установки, определены основные модели динамики концентрации метаноенов,

питательных веществ субстрата и выхода биогаза.

Для обеспечения высокого и стабильного выхода биогаза при работе ферментера необходимо регулировать и контролировать значения управляющих параметров, для чего необходимо разработать математическую модель процесса функционирования ферментера. Поэтому целью данного исследования является разработка математической модели функционирования ферментера при метановом сбраживании коровьего навоза. Для этого нужно провести экспериментальное исследование динамики выхода биогаза при метановом сбраживании коровьего навоза, разработать математическую модель функционирования ферментера биогазовой установки при метановом сбраживании коровьего навоза, найти решение этой модели с получением динамики выхода биогаза, сравнить ее с экспериментальными данными и при значительном отклонении скорректировать коэффициенты математической модели таким образом, чтобы экспериментальная и смоделированная динамики выхода биогаза были максимально близкими.

### III. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ

Для математического моделирования динамики выхода биогаза при метановом сбраживании коровьего навоза необходимо:

- провести экспериментальные исследования динамики выхода биогаза при метановом сбраживании коровьего навоза;
- разработать математическую модель функционирования ферментера биогазовой установки;
- провести сравнение экспериментально полученной динамики выхода биогаза с динамикой выхода биогаза, полученной в результате математического моделирования;
- осуществить корректировку коэффициентов математической модели с целью приближения результатов моделирования к экспериментальным данным.

Экспериментальные исследования динамики выхода биогаза при метановом сбраживании коровьего навоза проводились на лабораторной биогазовой установке (рис. 1), состоящей из цилиндрического ферментера с конической нижней частью и газгольдера «мокрого» типа.

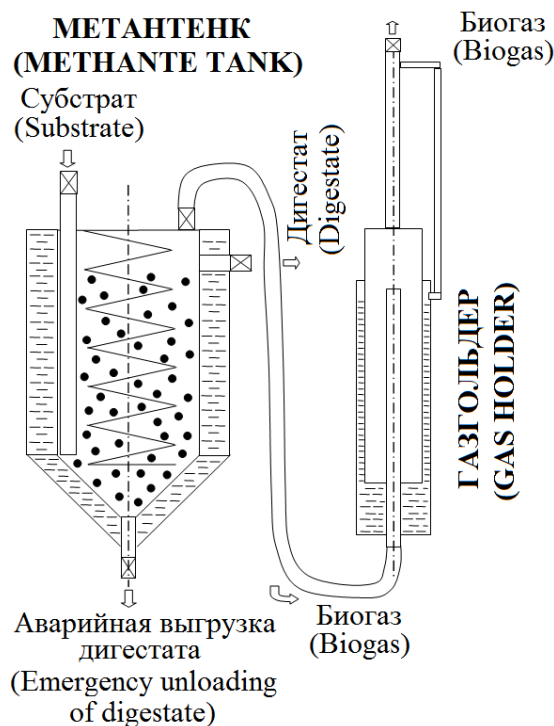


Рис. 1. Схема лабораторной биогазовой установки.<sup>1</sup>

Приготовленный субстрат загружается в ферментер через трубу с краном, закрепленную в крыше ферментера, доходящую почти до

самого его дна. Благодаря этому свежая порция субстрата опускается в нижнюю часть ферментера, вытесняя при этом отработанный

продукт (биошлам) наверх. Выгрузка биошлама происходит одновременно с его загрузкой через трубу с краном, закрепленную в боковой стенке ферментера. При загрузке субстрата в ферментер происходит замена от 1/3 до 1/2 отработанного биошлама. При этом в ферментере должен обязательно остаться биошлам, содержащий маточную культуру метаногенов, что ускоряет процесс генерирования биогаза. Гомогенизация субстрата в ферментере происходит посредством шнековой мешалки с приводом от электродвигателя с редуктором. Температурный режим в ферментере поддерживается с помощью «водяной рубашки», нагрев воды в которой производится ТЭН-ом. Для аварийной выгрузки биошлама служит труба с краном, размещенная в нижней конической части ферментера.

Производимый биогаз по гибкому трубопроводу поступает в «мокрый» газгольдер, состоящий из двух закрытых с одной стороны цилиндров, вставленных друг в друга. Нижний цилиндр заполнен водой. В него вставляется открытой частью верхний цилиндр (называется цилиндром-уровнемером), имеющий чуть меньший диаметр. Биогаз в газгольдер поступает через трубу, закрепленную в нижнем цилиндре, доходящую почти до его кромки. Биогаз поступает во внутреннюю часть цилиндра-уровнемера, тем самым поднимая его на воде над нижним цилиндром, как поплавок. По шкале, закрепленной сбоку газгольдера, фиксируется высота подъема цилиндра-уровнемера. Зная его внутренний диаметр, можно установить объем производимого биогаза.

Ингредиентами для приготовления субстрата для метанового сбраживания выступают коровий навоз и вода. Количество коровьего навоза и воды определяется из условия относительной влажности субстрата на уровне 85-92%. Смесь гомогенизируется путем перемешивания.

Субстрат при моносбраживании коровьего навоза готовился следующим образом. В емкость загружался коровий навоз массой 3,5 кг, который отмерялся на весах SC-KS57P65 с максимальным весом 10 кг и шагом 1 г. В емкость доливалась вода массой 5 кг. Субстрат перемешивался ручной дрелью с миксером Dnipro-M MN-202 в качестве насадки до гомогенного состояния.

Моделирование процесса функционирования ферментера биогазовой

установки производилось в пакете Simulink математической системы MATLAB.

Путем подбора параметров математической модели функционирования ферментера биогазовой установки полученная динамика выхода биогаза сравнивалась с динамикой выхода биогаза, полученной экспериментальным путем. Критерием приближенности данных имитационного моделирования к экспериментальным является близость коэффициента детерминации  $R^2$  к единице. Коэффициент детерминации применяется для того, чтобы установить, в какой степени функция регрессии описывается определяющими показателями.

В зависимости от уровня коэффициента детерминации  $R^2$  принято разделять модели на три группы:

- 0,8 – 1 – модель хорошего качества;
- 0,5 – 0,8 – модель приемлемого качества;
- 0 – 0,5 – модель плохого качества.

В последнем случае качество модели говорит о невозможности ее использования для прогноза.

Если изучаемый процесс зависит от одного явления, коэффициент детерминации определяется по формуле [19]:

$$D = R^2 = 1 - \frac{\sigma_z^2}{\sigma^2}, \quad (12)$$

где  $D$ ,  $R^2$  – коэффициент детерминации;  $\sigma^2$  – общая дисперсия;  $\sigma_z^2$  – остаточная (внутригрупповая) дисперсия.

Общая дисперсия определяется по формуле [19]:

$$\sigma^2 = \sum_i (y_i - \bar{y})^2, \quad (13)$$

где  $y_i$  – фактические значения уровней временного ряда;  $\bar{y}$  – среднее арифметическое фактических значений уровней временного ряда.

Остаточная дисперсия определяется по формуле [19]:

$$\sigma_z^2 = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2, \quad (14)$$

где  $y_i$  – фактические значения уровней

временного ряда;  $\hat{y}_i$  – расчетные значения уровней временного ряда, полученные по аппроксимированному выражению.

Коэффициент детерминации всегда находится в пределах от 0 до 1. Если  $R^2 = 1$ , все эмпирические значения  $y_i$  лежат на регрессионной кривой. Если  $R^2 = 0$ , то не может быть и речи ни о какой численной зависимости  $y = f(x)$  в статистическом понимании. В общем, чем больше  $R^2$  приближается к единице, тем лучше определена регрессия [19].

Для проверки значимости коэффициента детерминации  $R^2$ , находится по таблицам для F-распределения, например [20; 21], критическое значение критерия Фишера при заданной вероятности  $F_{кр}$ , и сравнивается с F-критерием Фишера, определяемым по формуле [21]:

$$F = \frac{R^2 \cdot (n - 2)}{1 - R^2}, \quad (15)$$

где  $F$  – критерий Фишера;  $R^2$  – коэффициент детерминации;  $n$  – количество измерений, шт.

Если  $F > F_{кр}$ , то вычисленный коэффициент детерминации значительно отличается от нуля. Этот вывод обеспечивается с вероятностью  $1 - \alpha$  [21].

Критерий Фишера, определенный по формуле (4), имеет две степени свободы:  $f_1 = m = 1$  и  $f_2 = n - 2$ .

#### IV. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

*Экспериментальное исследование выхода биогаза при монображивании коровьего навоза при периодической загрузке ферментера.* Загрузка ферментера производилась в периодическом режиме. В ферментер полезным объемом 30 л загружался гомогенизированный субстрат, состоявший из 3,5 кг коровьего навоза и 5 кг воды. Остальной объем ферментера занимал биошлам, в котором содержится маточная культура метаногенов.

Температурный режим ферментера составлял  $37 \pm 1^\circ\text{C}$ . Исследование проводилось в трех повторностях.

Зависимость выхода биогаза от гидравлического времени удержания приведена на рис. 2.

Как видно из рис. 2, динамика выхода

биогаза стандартна для периодической загрузки субстрата.

В первые трое суток отмечается экспоненциальная фаза. Для первой повторности экспоненциальная фаза переходит в стационарную фазу на вторые сутки метанового брожения, для второй повторности – на третьи сутки метанового брожения, для третьей повторности – уже на первые сутки метанового брожения). Стационарная фаза очень коротка и составляет лишь часть суток, быстро переходя в достаточно длинную фазу отмирания (до окончания этой фазы опыт не проводился).

Максимальный выход биогаза при метановом монображивании коровьего навоза приведен в табл. 1.

#### Моделирование процесса функционирования ферментера биогазовой установки.

Подставив в выражение (2) формулы (3), (4) и (5), получим выражение для определения изменения концентрации в ферментере питательных веществ субстрата во времени:

$$\frac{dN_s}{dt} = K_p \cdot (N_{s0} - N_s) - \alpha_k \cdot b_v \cdot N_s \cdot M_b. \quad (16)$$

Подставив в выражение (8) формулы (7) и (9), получим

$$\begin{aligned} \frac{dM_b}{dt} &= M_b \cdot (K \cdot N_s - K \cdot M_b) = \\ &= M_b \cdot K \cdot (N_s - M_b) \end{aligned} \quad (17)$$

Подставив в систему дифференциальных уравнений (1) формулы (16), (17) и (11), описывающие изменение концентрации в ферментере питательных веществ субстрата во времени, изменении концентрации в ферментере биомассы метанообразующих бактерий во времени и динамику выхода биогаза во времени соответственно, получим:

$$\begin{cases} \frac{dM_b}{dt} = M_b \cdot K \cdot (N_s - M_b) \\ \frac{dN_s}{dt} = K_p \cdot (N_{s0} - N_s) - \alpha_k \cdot b_v \cdot N_s \cdot M_b \\ \frac{dB}{dt} = \gamma_{conv} \cdot b_v \cdot M_b \cdot N_s \end{cases} \quad (18)$$

Первоначальными условиями для решения системы дифференциальных уравнений (18) являются:

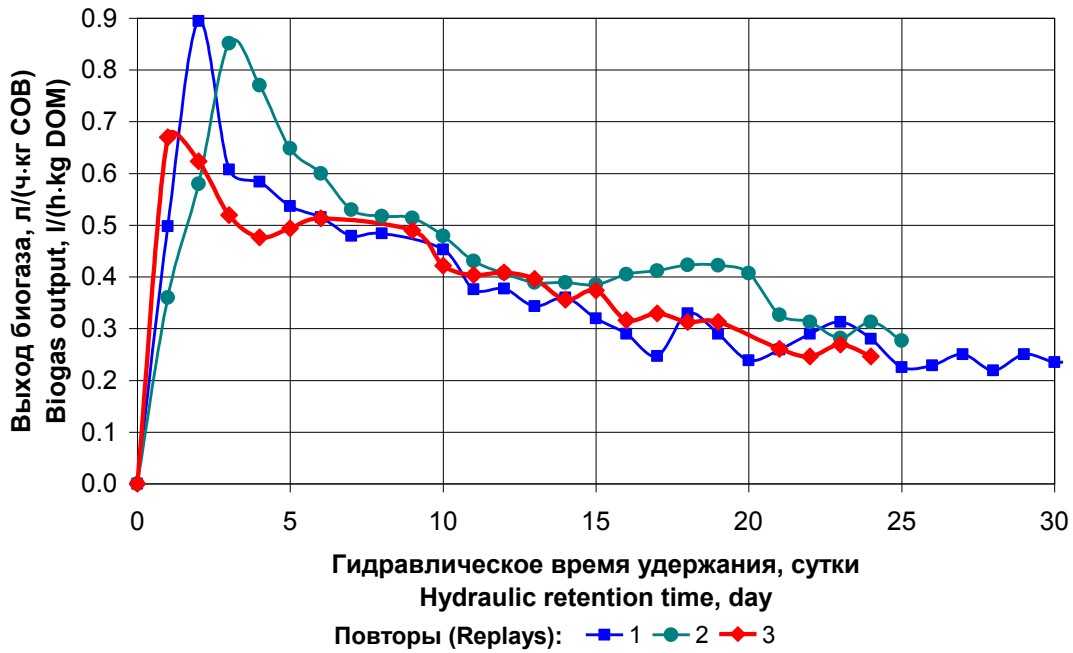


Рис. 2. Зависимость выхода биогаза от гидравлического времени удержания при моносображивании коровьего навоза в мезофильном режиме при температуре  $37\pm 1^\circ\text{C}$ .<sup>2</sup>

Таблица 1.

Максимальный выход биогаза при метановом моносображивании коровьего навоза.<sup>3</sup>

Повторы (Replays)	Максимальный выход биогаза, л/(ч·кг СОВ) (Maximum biogas output, l/(h·kg DOM))
1	0,922
2	0,878
3	0,670
Среднее (Average)	0,823

– начальная концентрация биомассы метанообразующих бактерий  $M_{b0}$  в ферментера –  $1 \text{ кг/м}^3\cdot\text{сутки}$  [4];

– начальная концентрация питательных веществ субстрата  $N_{s0}$  определялась из результатов экспериментальных исследований: в ферментер рабочим объемом 30 л загружалось 8,5 кг субстрата, в т.ч. 3,5 кг коровьего навоза и 5 кг воды; метановому сбраживанию подлежит сухое органическое вещество субстрата, массовая доля которого в коровьем навозе составляет 13,9% [16], т.е.  $13,9 \cdot 3,5/100 = 0,487 \text{ кг}$  питательных веществ в 8,5 кг субстрата; следовательно,  $N_{s0} = 0,487 \cdot 1000/8,5 = 57,3 \text{ кг/м}^3\cdot\text{сутки}$ .

– начальный выход биогаза  $V_0 = 0 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

При периодическом режиме подачи субстрата  $K_p = 0$ . Если  $K_p > 0$ , субстрат

загружается в метантенк в непрерывном или квазинепрерывном режиме [4].

Для решения системы дифференциальных уравнений (18) при метановом моносображивании коровьего навоза разработана имитационная модель процесса функционирования ферментера в пакете Simulink математической системы MATLAB.

Динамика изменения во времени объема полученного биогаза  $V$ , определенная в результате решения системы дифференциальных уравнений (18) при метановом моносображивании коровьего навоза, была сопоставлена с результатами экспериментальных исследований динамики выхода биогаза при метановом моносображивании коровьего навоза при температуре сбраживания  $37^\circ\text{C}$ . Для этого результаты экспериментальных исследований были приведены из  $\text{м}^3/\text{кг}$  СОВ к  $\text{м}^3$ , как в системе дифференциальных уравнений (18).



Из трех повторностей экспериментальных исследований для сравнения результатов приняты результаты повторности, которые находятся между максимальным и минимальным значением. Критерием приближенности данных имитационного моделирования к экспериментальным является близость коэффициента

детерминации  $R^2$  к единице.

В результате подбора параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  для максимального визуального приближения графиков функции  $B = f(t)$ , их значения приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значение параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  для решения системы дифференциальных уравнений (18) при метановом монобразживании коровьего навоза.<sup>4</sup>

Параметр (Parameter)	$\alpha_k$	$b_v$	$K$	$\gamma_{conv}$
Значение (Meaning)	0,3	0,0045	0,038	0,00085

Динамики изменения во времени концентрации биомассы метаногенов в субстрате  $M_b$  (в кг/м<sup>3</sup>), концентрации усваиваемых бактериями питательных веществ субстрата  $N_s$  (в кг/м<sup>3</sup>) и объема полученного биогаза  $B$  (в м<sup>3</sup>), полученные в результате решения системы дифференциальных уравнений (18) в пакете Simulink математической системы MATLAB с параметрами  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  приведены на рис. 3.

Сравнение динамики изменения во времени объема полученного биогаза  $B$  согласно экспериментальным данным и математической моделью при метановом монобразживании коровьего навоза со значениями параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$ , приведенными в табл. 2, представлено на рис. 4.

В результате расчетов установлено, что коэффициент детерминации  $R^2 = 0,89432$ , то есть результаты экспериментальных данных подтверждают математическую модель на 89,432%.

Значительность коэффициента детерминации проверялась по критерию Фишера. Расчетное значение критерия Фишера составляет 203,09. Его сравнивали с критическими значениями критерия Фишера, приведенными в [21] при заданном уровне значимости  $\alpha$  и соответствующем числе степеней свободы. При значимости  $\alpha = 1\%$   $F_{кр} = 7,77$ . Поскольку  $F > F_{кр}$ , то вычисленный коэффициент детерминации значительно отличается от нуля. Этот вывод обеспечивается с вероятностью  $1 - \alpha = 99\%$  [21].

Полученные значения параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,

$K$  и  $\gamma_{conv}$ , указанные в табл. 2, позволяют проводить математическое моделирование процесса метанового монобразживания коровьего навоза и прогнозировать выход биогаза при разных значениях начальной концентрации биомассы метанообразующих бактерий  $M_{b0}$ , начальной концентрации питательных веществ субстрата  $N_{s0}$ , начального выхода биогаза  $B_0$ , а также при квазинепрерывной загрузке субстратом ферментера, которая используется во всех промышленных биогазовых установках.

На рис. 5 представлены динамики изменения во времени концентрации биомассы метаногенов в субстрате  $M_b$  (в кг/м<sup>3</sup>), концентрации усваиваемых бактериями питательных веществ субстрата  $N_s$  (в кг/м<sup>3</sup>) и объема полученного биогаза  $B$  (в м<sup>3</sup>), полученные в результате решения системы дифференциальных уравнений (18) в пакете Simulink математической системы MATLAB с параметрами  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  при квазинепрерывной загрузке ферментера с коэффициентом разбавления культуры метаногенов потоком свежего субстрата  $K_p = 0,5$ .

## V. ДИСКУССИЯ

В работе [4] осуществлено математическое моделирование метанового монобразживания коровьего навоза по системе дифференциальных уравнений:

<sup>4</sup> Appendix 1

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_b}{dt} = b_v \cdot N_s \cdot M_b - M_b \cdot K \\ \frac{dN_s}{dt} = K_p \cdot (N_{s0} - N_s) - \alpha_k \cdot b_v \cdot N_s \cdot M_b, (19) \\ \frac{dB}{dt} = \gamma_{conv} \cdot b_v \cdot M_b \cdot N_s \end{array} \right.$$

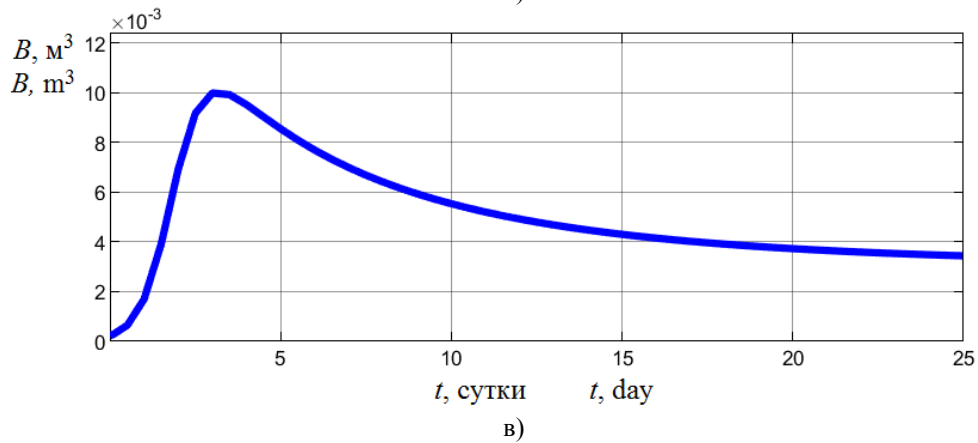
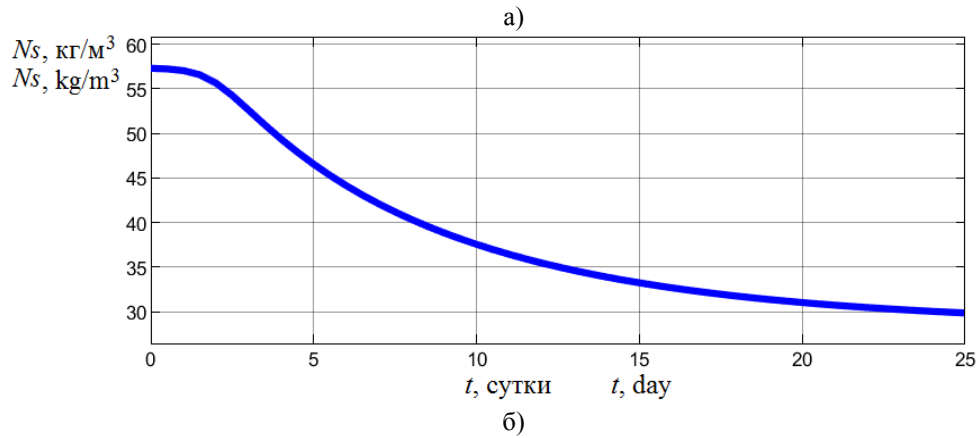
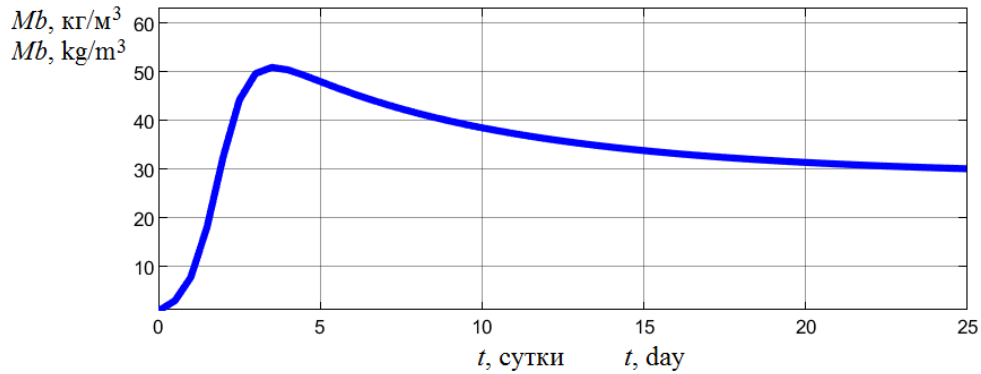


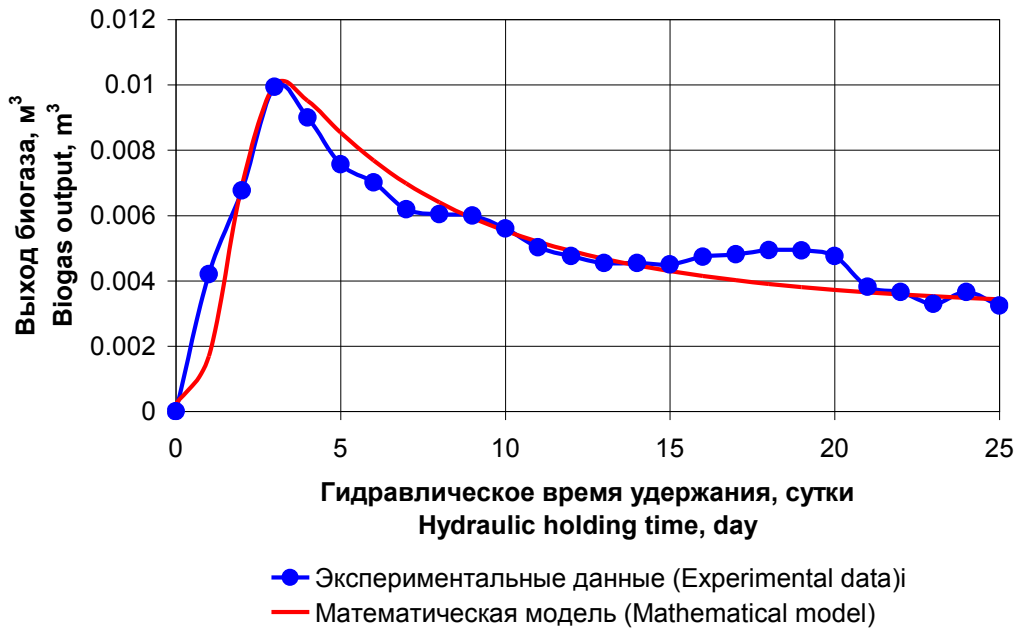
Рис. 3. Динамика изменения во времени: а) концентрации биомассы метанообразующих бактерий в субстрате  $M_b$ ; б) концентрации питательных веществ субстрата усваиваются бактериями  $N_s$ ; в) объема полученного биогаза  $B$ ; полученная в результате решения системы дифференциальных уравнений (18) при метановой деструкции коровьего навоза со значениями параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$ , приведенными в табл. 2.<sup>5</sup>

которая отличается от системы (18) динамикой изменения во времени концентрации биомассы метаногенов в субстрате  $M_b$ , не учитывающей их отмирание. Значение параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  для решения системы дифференциальных уравнений (19) в работе [4] приведены в табл. 3.

Результаты моделирования представлены на рис. 5.

Сравнивая результаты нашего исследования с результатами, приведенными в работе [4] (см. рис. 5, а), можно констатировать, что в нашем исследовании начальная концентрация биомассы метаногенов в ферментере достаточно быстро возрастает с начального значения  $M_{b0} = 1$

кг/м<sup>3</sup> до примерно 48 кг/м<sup>3</sup> на четвертые сутки метанового сбраживания. После этого концентрация биомассы метаногенов постепенно начинает уменьшаться, достигая на 25 сутки метанового брожения количества примерно 48 кг/м<sup>3</sup>. В отличие от наших исследований, концентрация биомассы метаногенов в работе [4] (см. рис. 5, а) постепенно растет с начального значения  $M_{b0}$ , и на 25 сутки метанового брожения достигает значения примерно 35 кг/м<sup>3</sup> с последующей тенденцией роста. Такое отличие в результатах исследований состоит в том, что в системе дифференциальных уравнений (19), исследованной в работе [4], отсутствует выражение, описывающее отмирание метаногенов.



**Рис. 4. Сравнение динамики изменения во времени объема полученного биогаза  $V$  согласно экспериментальным данным и математической моделью при метановом монображивании коровьего навоза со значениями параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$ , приведенными в табл. 2.<sup>6</sup>**

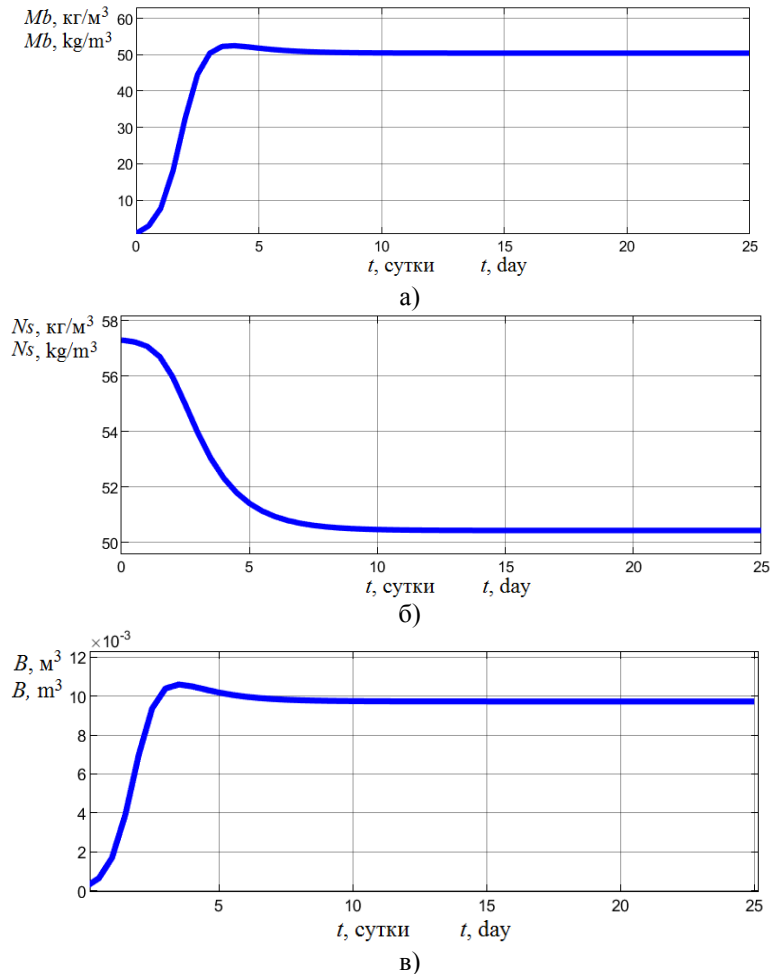
Динамика изменения во времени концентрации питательных веществ субстрата усваиваются бактериями  $N_s$ , и объема полученного биогаза  $V$ , как в наших исследованиях, так и в работе [4], сходны. Некоторое отличие наблюдается в динамике изменения во времени объема полученного биогаза  $V$ . В наших исследованиях экспоненциальная фаза интенсивная и достаточно короткая. Уже к четвертым

суткам метанового сбраживания достигается максимальный выход биогаза 0,01 м<sup>3</sup>, после чего по завершении короткой стационарной фазы наблюдается фаза отмирания с постепенным уменьшением выхода биогаза, который на 25 сутки метанового брожения составляет 0,0028 м<sup>3</sup>. В работе [4] (см. рис. 5, в), экспоненциальная фаза менее интенсивна и более пологая. Максимальный выход биогаза в объеме 2,3 м<sup>3</sup> достигается на 12

сутки метанового брожения, после чего наступает такая же пологая фаза отмирания. Разница в объемах полученного биогаза объясняется размерами ферментеров и величиной загружаемого субстрата, которые использовались для проведения экспериментальных исследований, сравнивавшихся с результатами моделирования для получения коэффициентов  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$ .

В работе [22] утверждается, что выход

биогаза растет (экспоненциальная фаза), достигает своего максимума  $0,96 \text{ м}^3$  (стационарная фаза) и остается на этом же уровне. При этом в работе не указано, какая система загрузки субстрата в ферментер применяется. Данная динамика выхода биогаза характерна для квазинепрерывной загрузки субстрата в ферментер, которая смоделирована нами на рис. 5, а не для периодической загрузки, которую мы исследовали.



**Рис. 5.** Динамика изменения во времени: а) концентрации биомассы метанообразующих бактерий в субстрате  $M_b$ ; б) концентрации питательных веществ субстрата усваиваются бактериями  $N_s$ ; в) объема полученного биогаза  $B$ ; полученная в результате решения системы дифференциальных уравнений (18) при метановой деструкции коровьего навоза со значениями параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$ , приведенными в табл. 2 при квазинепрерывной загрузке ферментера с коэффициентом разбавления культуры метаногенов потоком свежего субстрата  $K_p = 0,5$ .<sup>7</sup>

Таблица 3

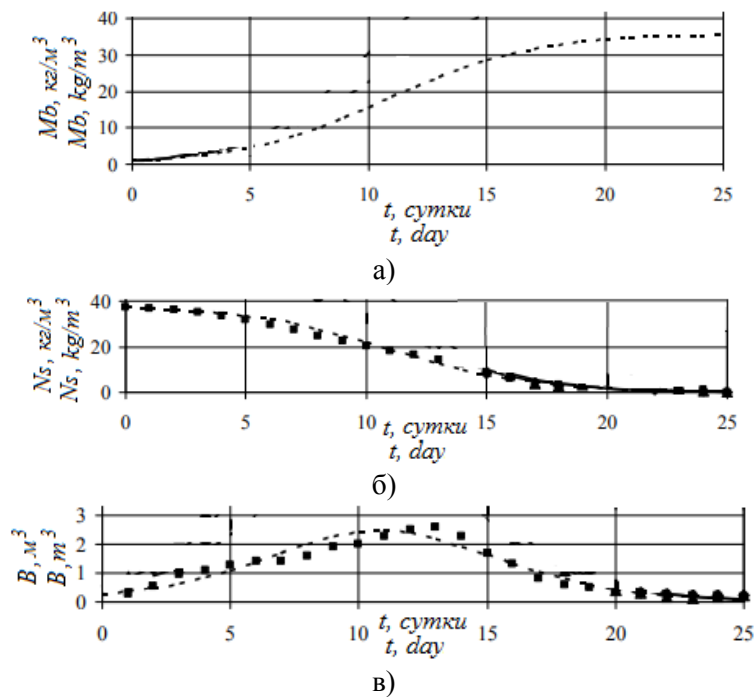
Значения параметров  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  для решения системы дифференциальных уравнений (19) в работе [4].<sup>8</sup>

Параметр (Parameter)	$\alpha_k$	$b_v$	$K$	$\gamma_{conv}$
Значение (Meaning)	1,006	0,009	0,068	0,846

<sup>7, 8</sup> Appendix 1

В работе [23] разработана математическая модель анаэробного брожения твердых органических отходов (банановой кожуры) с использованием модели Моно и более простой модели Чена и Хашимото. Динамика изменения концентрации усваиваемых бактериями питательных веществ субстрата  $N_s$  близка к полученным нами результатам, представленным на рис. 4, б. Динамика изменения объема полученного биогаза  $B$

несколько отличается от полученных результатов, представленных на рис. 4, в, поскольку в модели, как и в работе [4], не заложено отмирание микробной биомассы, в результате чего наблюдается постоянный рост выхода биогаза в экспоненциальной фазе, хотя в действительности после исчерпания питательных веществ субстрата выход биогаза должен постепенно уменьшаться.



**Рис. 6. Динамика изменения во времени: а) концентрации биомассы метаногенов в субстрате  $M_b$ ; б) концентрации усваиваемых бактериями питательных веществ субстрата  $N_s$ ; в) объема полученного биогаза  $B$ , полученная в результате решения системы дифференциальных уравнений (19) в работе [4].<sup>9</sup>**

В наших предыдущих работах [16-18] проводилось моделирование совместного метанового сбраживания коровьего навоза с винассой и отходами винодельческих производств с периодической и квазинепрерывной загрузкой ферментера. Приведены коэффициенты системы дифференциальных уравнений. Но моделирование моносбраживания коровьего навоза не проводилось.

В работе [24] утверждается, что экспериментальные данные метанового сбраживания коровьего навоза при температуре  $35^\circ C$  наиболее близки к результатам моделирования по

распределению Гаусса, при котором  $R^2 = 0,989101$ . При этом динамика выхода биогаза близка к полученной в работе [4].

В работе [25] осуществлялось моделирование динамики выхода биогаза по моделям Хилла и Чена и Хашимото. Утверждается, что результаты экспериментальных исследований более близки к результатам моделирования по модели Чена и Хашимото. При этом динамика выхода биогаза по форме близка к результатам, полученным в работах [4; 23; 24? 26-30]. Динамика выхода биогаза по модели Хилла отдаленно напоминает результаты нашего моделирования с той

разницей, что стационарная фаза наблюдается на 8 сутки метанового брожения, а фаза отмирания очень короткая и заканчивается в течение двух суток.

## VI. ВЫВОДЫ

1. Установлено, что в математической модели процесса функционирования ферментера биогазовой установки при метановом монображивании коровьего навоза коэффициенты имеют следующие значения: коэффициент скорости роста бактерий  $K = 0,038 \text{ м}^3/(\text{кг}\cdot\text{сутки})$ ; безразмерный коэффициент усвоения субстрата  $\alpha_k = 0,3$ ; коэффициент скорости роста бактерий  $b_v = 0,0045 \text{ м}^3/(\text{кг}\cdot\text{сутки})$ ; коэффициент скорости превращения питательных веществ в биогаз  $\gamma_{conv} = 0,00085 \text{ м}^6/\text{кг}$ . При этом результаты экспериментальных данных подтверждают математическую модель на 89,432% с вероятностью 99%.

Полученные значения коэффициентов позволяют проводить математическое моделирование процесса метанового монображивания коровьего навоза и прогнозировать выход биогаза при разных значениях начальной концентрации биомассы метанообразующих бактерий  $M_{b0}$ , начальной концентрации питательных веществ субстрата  $N_{s0}$ , объема ферментера, а также при квазинепрерывной загрузке субстратом ферментера, которая используется во всех промышленных биогазовых установках.

### Appendix 1

<sup>1</sup>**Fig. 1.** Scheme of a laboratory biogas plant.

<sup>2</sup>**Fig. 2.** Dependence of biogas yield on hydraulic retention time during mono-fermentation of cow manure in mesophilic mode at a temperature of  $37 \pm 1^\circ\text{C}$ .

<sup>3</sup>**Table 1.** Maximum biogas yield from methane mono-fermentation of cow manure.

<sup>4</sup>**Table 2.** The value of parameters  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  and  $\gamma_{conv}$  for solving a system of differential equations (18) for methane mono-fermentation of cow manure.

<sup>5</sup>**Fig. 3.** Dynamics of changes over time: a) concentration of biomass of methane-producing bacteria in the substrate  $M_b$ ; b) substrate nutrient concentrations are absorbed by  $N_s$  bacteria; c) the volume of produced biogas  $B$ , obtained as a result of

solving the system of differential equations (18) for methane destruction of cattle pus with the values of parameters  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  и  $\gamma_{conv}$  given in Table. 2.

<sup>6</sup>**Fig. 4.** Comparison of the dynamics of changes over time in the volume of biogas produced  $B$  according to experimental data and a mathematical model for methane mono-fermentation of cow manure with the values of parameters  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  and  $\gamma_{conv}$  given in Table. 2.

<sup>7</sup>**Fig. 5.** Dynamics of changes over time: a) concentration of biomass of methane-producing bacteria in the substrate  $M_b$ ; b) the concentrations of substrate nutrients are absorbed by bacteria  $N_s$ ; c) the volume of biogas produced  $B$ ; obtained as a result of solving the system of differential equations (18) for methane destruction of cow manure with the values of parameters,  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  and  $\gamma_{conv}$ , given in Table. 2 with quasi-continuous loading of the digester with a dilution factor of the methanogen culture with a flow of fresh substrate  $K_p = 0,5$ .

<sup>8</sup>**Table 3.** Values of parameters  $\alpha_k$ ,  $b_v$ ,  $K$  and  $\gamma_{conv}$  for the solution system of differential equations (19) in [4].

<sup>9</sup>**Fig. 6.** Dynamics of changes over time: a) concentration of methanogen biomass in the substrate  $M_b$ ; b) concentrations of  $N_s$  substrate nutrients digestible by bacteria; c) the volume of biogas produced  $B$ , obtained as a result of solving the system of differential equations (19) in [4].

### Библиография (References)

- [1] Kulichkova G.I., Ivanova T.S., Köttner M., Volodko O.I., Spivak S.I., Tsygankov S.P., Blume Ya.B. Plant feedstocks and their biogas production potentials. *The Open Agriculture Journal*, 2020, vol. 14, pp. 219-234. doi: 10.2174/1874331502014010219.
- [2] Ivanova, T., Tsygankov, S., Titova, L., Dzyhun, L., Klechak, I., Bisko, N. Vinsasse Utilization into Valuable Products. *Bioconversion of Wastes to Value-added Products. CRC Press*, 2023, pp. 245-269. doi: 10.1201/9781003329671.
- [3] Dvoretzky D.S., Dvoretzky S.I., Muratova E.I., Ermakov A.A. *Kompyuternoe modelirovanie biotekhnologicheskikh protsessov i sistem: uchebnoe posobie* [Computer modeling of biotechnological processes and systems: textbook]. Tambov: TSTU Publishing House, 2005. 80 p.
- [4] Korolev S.A., Maikov D.V. Identifikatsiya matematicheskoi modeli i issledovanie razlichnikh rezhimov metanogeneza v mezofilnoi srede [Identification of a mathematical model and study of various modes of methanogenesis in a mesophilic environment]. *Computer research and modeling*, 2012, vol. 4. no. 1. pp. 131–141.

- [5] Korolev S.A., Maikov D.V., Rusyak I.G. Issledovanie statsionarnikh reshenii i optimizatsiya parametrov matematicheskoi modeli metanogeneza [Study of stationary solutions and optimization of parameters of the mathematical model of methanogenesis]. *Bulletin of Tomsk State University*, 2012. no 3(19). pp. 15–21.
- [6] Gerber M., Span R. An Analysis of Available Mathematical Model for Anaerobic Digestion of Organic Substances for Production of Biogas: *Proceedings of the International Gas Union Research conference, January 2008, Paris: abstracts*. vol. 1. pp. 1294–1324.
- [7] Allen R.J., Waclaw B. Bacterial growth: a statistical physicist's guide. *Reports on Progress in Physics*. 2019, vol. 82. no. 1. A/N 016601. doi: 10.1088/1361-6633/aae546.
- [8] Perth S.J. Osnovi kultivirovaniya mikroorganizmov i kletok [Basics of culturing microorganisms and cells]. Moscow: Mir, 1978. 260 p.
- [9] Ismailov B.R., Babakhodjaev R.P., Ismailov K.B. Optimization of Parameters of Anaerobic Fermentation of Biomass on the Mathematical Model of Kobozev. *Technical science and innovation*, 2020. vol. 1. no. 03. pp. 70–76.
- [10] Ierusalimsky N.D. Osnovi fiziologii mikrobov [Fundamentals of microbial physiology]. Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1963. 246 p.
- [11] Contois D.E. Kinetics of Bacterial Growth: Relationship between Population Density and Specific Growth Rate of Continuous Cultures. *Journal of General Microbiology*, 1959, vol. 21. pp. 40-50. doi: 0.1099/00221287-21-1-40.
- [12] Chen Y.R. Kinetic Analysis of Anaerobic Digestion of Pig Manure and its Design Implications. *Agricultural Wastes*, 1983, vol. 8, pp. 65-81. doi: 10.1016/0141-4607(83)90105-1.
- [13] Chen Y.R., Hashimoto A.G. Kinetics of Methane Fermentation. *Biotechnology and Bioengineering Symposium*, 1978, no. 8. pp. 269-282.
- [14] Chen Y.R., Hashimoto A.G. Substrate Utilization Kinetic Model for Biological Treatment Processes. *Biotechnology and Bioengineering*, 1980, vol. 22. pp. 2081-2095. doi: 10.1002/bit.260221008.
- [15] Novokhatko O.V. Modeliuvannia system ta protsesiv v ekolohichnii biotekhnolohii: metodychni rekomendatsii [Modeling of systems and processes in ecological biotechnology: methodical recommendations]. Kremenchuk: KNU named after M. Ostrogradskyi, 2019. 32 p.
- [16] Wu B., Bibeau E.L., Gebremedhin K.G. Three-dimensional numerical simulation model of biogas production for anaerobic digesters. *Canadian Biosystem Engineering Journal*, 2009, Vol. 51, no. 8, pp. 8.1-8.7. 7 p.
- [17] Romaniuk W., Rogovskii I, Polishchuk V., Titova L., Borek K., Shvorov S., Roman K., Solomka O., Tarasenko S., Didur V., Biletskii V. Study of Technological Process of Fermentation of Molasses Vinasse in Biogas Plants. *Processes*, 2022, Vol. 10, no. 10, AN 2011. doi: 10.3390/pr10102011.
- [18] Zainol N. Kinetics of Biogas Production from Banana Stem Waste. *Environmental Science*, 2012, , pp. 395–408. doi: 10.5772/33196.
- [19] Bosiy M.A. Metodyka normuvannia normatyviv metodom rehresiinoho analizu [The method of standardizing norms by the method of regression analysis]. Kyiv: Ukrainian Research Institute of Productivity of the Agro-Industrial Complex, 2006. 20 p. [in Ukrainian].
- [20] Müller P., Neumann P., Storm R. Tablitsi po matematicheskoi statistike [Mathematical statistics tables]. Translation from German. Moscow: Finance and Statistics, 1982. 278 p.
- [21] Förster E., Renz B. Metodi korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza: ruk. dlya ekonomistov [Methods of correlation and regression analysis: manual. for economists]. Translation from German. Moscow: Finance and Statistics, 1983. 302 p.
- [22] Borovskaya T.M., Severilov P.V. Modelirovanie i optimizatsiya sistem proizvodstva biogaza [Modeling and optimization of biogas production systems]. *Sciences of VNTU*, 2009, no. 2, pp. 1–9.
- [23] Dyvak M.P., Gural I.V. Intervalne predstavlenia dynamiky anaerobnoho mikrobiolohichnoho brodinna v biohazovykh ustanovkakh [Interval representation of the dynamics of anaerobic microbiological fermentation in biogas plants]. *Inductive modeling of complex systems*, 2014, no. 6. pp. 55-68.
- [24] Das Ghatak M., Mahanta P. Comparison of kinetic models for biogas production rate from saw dust. *International Journal of Research in Engineering and Technology*, 2014, Vol. 3, no. 7. pp. 248–254. doi:10.15623/IJRET.2014.0307042.
- [25] Karim K., Klasson K. T., Drescher S. R., Ridenour W., Borole A. P., Al-Dahhan M. H. Mesophilic digestion kinetics of manure slurry. *Applied Biochemistry and Biotechnology*, 2007, Vol. 142, pp. 231–242. doi DOI: 10.1007/s12010-007-0025-4.
- [26] Yu Liang, Wensel Pierre Christian, Ma Jingwei, Chen Shulin. Mathematical Modeling in Anaerobic Digestion (AD). *Bioremediation & Biodegradation*, 2013, S4, pp. 231–242. doi DOI: 10.4172/2155-6199.S4-003.
- [27] Baquerizo G., Fiat Ju., Buffiere P., Girault R., Gillot S. Modelling the dynamic long-term performance of a full-scale digester treating sludge from an urban WRRF using an extended version of ADM1. *Chemical Engineering*

*Journal*, 2021, Vol. 423, A/N 128870. doi DOI: 10.1016/j.cej.2021.128870.

- [28] Eder B., Schulz H. *Biogas-Praxis: Grundlagen, Planung, Anlagenbau, Wirtschaftlichkeit, Beispiele*, 2007. Freiburg, Germany: Ökobuch, 237 p.
- [29] Tai M. Q., Chen J. R., Chang C. C. Effect of ultrasonic pretreatment subsequent anaerobic co-digestion on naphthalene and pyrene removal. For results International Conference on Ad-

vances in Chemical Technologies for Water and Wastewater Treatment (May 15-18, 2008, Xian, China), *Advanced in chemical Technologies for water and wastewater treatment*. 2008. pp. 637-646.

- [30] Lo K.V., Liao P.H. Methane production from fermentation of winery waste. *Biomass*. 1986, Vol. 9, no. 1. pp. 19-27. doi: doi.org/10.1016/0144-4565(86)90009-0.

**Сведения об авторах.**



**Полищук Виктор.** доктор технических наук, профессор. Основная область исследований: технологии и технические средства производства биотоплива.  
E-mail: [polischuk.v.m@gmail.com](mailto:polischuk.v.m@gmail.com)



**Евтушенко Владимир,** кандидат технических наук, доцент. Основное направление научных исследований: технологии и технические средства производства биотоплива.  
E-mail: [evtushenko@nubip.edu.ua](mailto:evtushenko@nubip.edu.ua)



**Шворов Сергей.** Доктор технических наук, профессор. Основная область исследований: создание робототехнических систем для сбора и переработки органического сырья.  
E-mail: [sosdok@i.ua](mailto:sosdok@i.ua)



**Дворник Евгений.** , аспирант, Основное направление исследований: технологии и технические средства производства биогаза.  
E-mail: [dvornykevgen@gmail.com](mailto:dvornykevgen@gmail.com)



**Титова Людмила.** Кандидат технических наук, доцент. Основное направление научных исследований: технологии и технические средства производства биотоплива.  
E-mail: [L.titova@nubip.edu.ua](mailto:L.titova@nubip.edu.ua)



**Валиев Тимур.** Аспирант. Основная область исследований: технологии и технические средства производства биогаза.  
E-mail: [timurvaliev@gmail.com](mailto:timurvaliev@gmail.com)



**Зубок Татьяна.** Кандидат сельскохозяйственных наук, доцент. Основная область исследований: безопасность труда в биотопливных производствах.  
E-mail: [tanyzubok@gmail.com](mailto:tanyzubok@gmail.com)