

## Control of Heat Exchanger with Variable Heat Transfer Surface Area

Sit M.L., Patsiuk V.I., Juravliov A.A., Burciu V.I., Timchenko D.V.

Institute of Power Engineering, Chisinau, Republic of Moldova

**Abstract.** The work deals with the development of a control system for heat exchangers with variable surface area of heat transfer, used, in particular, for heat pumps intended primarily for heat supply systems using the high-quality law of regulation of the heat supply mode (with a constant flow rate of the heat carrier). The aim of the work is to develop a scheme for the control of a heat exchanger with a variable surface area of heat exchange in which main disturbances will be compensated: i.e. the temperature of the heat carrier, heat carrier's flowrates, and changes in the thermophysical parameters of the heat carriers. This goal has been achieved using a custom PID controller in the contour of control of the drive of the moving heat-insulating insert. To solve this problem, we obtained the equations of the statics of the heat exchanger with regard to the adjustable insert, the dynamic model of the heat exchanger taking into account this insert. The novelty of the work is control laws of an adjustable heat-conducting insert between the primary and secondary coolants of the heat exchanger, which allow compensating the main disturbances, which influence the heat exchanger. A method has been developed for solving differential-integral equations of heat exchanger statics with an insert (HEI), which allowed analytically expressing the ratio of average integral heat carrier temperatures in a heat exchanger depending on the heat exchanger length, which allows building a control system for a heat exchanger with a variable heat exchange surface area.

**Keywords:** heat exchanger, variable heat transfer surface, control system, mathematic model, heat pump.

**DOI:** 10.5281/zenodo.2650427

### Dirijarea schimbătorului de căldură cu suprafața variabilă de schimb de căldură

Șit M.L., Pațuc V.I., Juravliov A.A., Burciu V.I., Timcenco D.V.

Institutul de Energetică, Republica Moldova, Chișinău

**Rezumat.** Lucrarea este consacrată elaborării unui sistem de dirijare cu schimbătoarele de căldură cu suprafață variabilă a zonei de transfer de căldură, destinate, în particular, pentru pompe de căldură, utilizate, în primul rând, pentru sistemele de alimentare cu căldură, care utilizează legea calitativă de reglare a regimului de alimentare cu energie termică (cu un debit constant a agentului termic). Scopul lucrării este elaborarea schemei unui sistem de dirijare cu schimbătorul de căldură cu suprafață variabilă a zonei de transfer de căldură, în care se realizează compensarea perturbațiilor: după temperatura agentului termic, după debitul agenților termici, după modificările parametrilor termofizici ale agenților termici. Acest scop este realizat datorită utilizării unui controler PID reglabil în conturul unui insertor reglabil al schimbătorului de căldură. Manșonul intermediar se deplasează datorită utilizării, spre exemplu, a unui mecanism pas cu pas electric. Pentru realizarea problemei, au fost obținute ecuațiile statice ale schimbătorului de căldură cu luarea în considerație a insertorului reglabil, modelul dinamic al schimbătorului de căldură cu luarea în considerație a insertorului termoizolant. Noutatea lucrării constă în propunerea de a utiliza insertorul conductiv de căldură reglabil între agenții termici primar și secundar ale schimbătorului de căldură, care poate compensa perturbația de la modificarea debitului agenților termici, fluctuațiile temperaturii la intrările agenților termici în regim static și dinamic, precum și modificările ratei de curgere a agenților termici cu utilizarea legilor simple de dirijare, modelul dinamic al schimbătorului de căldură cu insertorul conductiv de căldură, sistemul de dirijare cu schimbătoarele de căldură cu suprafață variabilă de schimb de căldură.

**Cuvinte-cheie:** schimbătorul de căldură, suprafața variabilă de schimb de căldură, sistemul de dirijare, modelul matematic, diriajre.

### Управление теплообменным аппаратом с переменной площадью поверхности теплообмена

Шит М.Л., Пацюк В.И., Журавлев А.А., Бурчу В.И., Тимченко Д.В.

Институт энергетики, Республика Молдова, Кишинев

**Аннотация.** Работа посвящена разработке системы управления теплообменниками с переменной площадью поверхности теплообмена, предназначенных, в частности, для тепловых насосов предназначенных, в основном, для систем теплоснабжения использующих качественный закон регулирования режима подачи теплоты (с постоянным расходом теплоносителя). Целью работы является разработка схемы системы управления теплообменником с переменной площадью поверхности

теплообмена, в которой производится компенсация возмущений: по температуре греющего теплоносителя, по расходам теплоносителей, по изменениям теплофизических параметров теплоносителей. Поставленная цель достигается за счет использования настраиваемого ПИД регулятора в цепи привода регулируемой вставки теплообменника. Промежуточная гильза перемещается за счет использования, например, электрического шагового привода. Для решения поставленной задачи были получены уравнения статики теплообменного аппарата с учетом регулируемой вставки, динамическая модель теплообменника с учетом теплоизолирующей вставки. Новизной работы является предложение использовать регулируемую теплопроводящую вставку между первичным и вторичным теплоносителями теплообменного аппарата, что позволяет компенсировать возмущения от изменения расходов теплоносителей, колебаний температур на входах теплоносителей в статике и в динамике, а также изменений расходов теплоносителей с использованием простых законов управления, динамическая модель теплообменника с теплопроводящей вставкой, система управления теплообменников с изменяемой поверхностью теплообмена. Разработана методика решения дифференциально-интегральных уравнений статики теплообменника со вставкой (ТОВ), позволившая аналитически выразить отношение среднеинтегральных значений температур теплоносителей в теплообменнике в зависимости от длины теплообменника, что позволяет построить систему управления теплообменником с переменной площадью поверхности теплообмена. Рассмотрены для системы управления: с ПИД-регулятором, и ПИД-регулятором и последовательно включенным с ним корректирующим звеном. Данные структурные схемы являются базой для построения современных структур систему управления ТОВ, например, с прогнозирующей моделью.

**Ключевые слова:** теплообменник, переменная площадь поверхности теплообмена, система управления, математическая модель, тепловой насос.

Условные обозначения.

Обозначение	Наименование	Обозначение	Наименование
$S_w$	Площадь поперечного сечения стенки для теплопередающей стенки, м <sup>2</sup> .	$L$	Длина теплообменника
$u$	Величина смещения теплопроводящего узла.		ИНДЕКСЫ
$T$	Температура,	$in$	Вход потока
$G1$	Расход греющего теплового агента, кг/с.	$out$	Выход потока
$G2$	Расход нагреваемой среды, кг/с.	$\lambda$	Теплопроводность материала трубы, Вт/(м*К)
$H1$	Удельная энтальпия греющей среды, кДж/кг.	$wh$	Стенка трубопровода горячего теплоносителя
$H2$	Удельная энтальпия нагреваемой среды, кДж/кг.	$wl$	Стенка трубопровода холодного теплоносителя
$K$	Линейный коэффициент теплопередачи, Вт/м К	$wst$	Стенка вставки
$F$	Площадь поверхности теплообмена, м <sup>2</sup>	$h$	Горячий поток
$\Delta t_m$	Среднелогарифмическая разность температур, °C	$l$	Холодный поток
$V$	Объем 1 м стенки, м <sup>3</sup>	$w$	Стенка
$d_l$	Внутренний диаметр канала нагреваемой среды, м.	$wst$	Перемещающаяся стенка
$d_h$	Внутренний диаметр канала греющей среды, м.		

## ВВЕДЕНИЕ

Теплообменники с переменной площадью поверхности теплообмена могут найти применение в теплонасосных системах теплоснабжения с качественным законом регулирования тепловой нагрузки, при

проектировании внутренних рекуперативных теплообменников тепловых насосов. Их применение позволяет компенсировать влияние изменения расхода рабочих сред на температуру нагреваемой среды на выходе теплообменника посредством изменения

площади поверхности теплообмена. Системы управления теплообменными аппаратами (ТО), в которых управление режимами их работы осуществляется изменением температуры и расхода греющего теплоносителя, расхода нагреваемой среды, или с использованием байпасирования теплообменного аппарата много раз описаны в литературе, например, [1-4].

Системы управления теплообменными аппаратами, в которых переменная площадь поверхности теплообмена обеспечивается за счет изменения площади погружения поверхности теплообменника в жидкость, описаны в [7-9]. ТО, в котором площадь теплообмена изменяется за счет перемещения вставки между «горячим» и «холодным» теплоносителями в открытой научной литературе не описаны. Известны лишь несколько патентов.

В работе авторов, опубликованной в этом журнале в 2018 году, приведен ряд возможных схем управления режимом его работы. Тем не менее, этот вопрос требует дальнейших исследований.

Для управления теплообменниками применяют классические, современные, и пост-современные законы управления.

Уравнения статики теплообменника с перемещающейся стенкой будут иметь тот же вид, что и (1) - (3). Градиент температуры внутри системы стенок будет близок к нулю.

Уравнение динамики теплорегулирующего узла (уравнения тепловых балансов в дифференциальной форме теплообменника) имеет вид:

$$\text{Обозначим: } \pi \cdot (D_3^2 - D_2^2) \cdot \rho_l = a_1; \quad \pi \cdot D_2 = a_2.$$

$$a_1 \cdot u \cdot c_l \cdot \frac{\partial T_l}{\partial t} - v_l \cdot a_1 \cdot u \cdot c_l \cdot \frac{\partial T_l}{\partial u} + \alpha_l \cdot u \cdot \pi \cdot D_2 \cdot (T_l - T_{wl}) = 0; \quad (1)$$

После деления (1) на  $u$  получим:

$$a_1 \cdot c_l \cdot \frac{\partial T_l}{\partial t} - v_l \cdot a_1 \cdot c_l \cdot \frac{\partial T_l}{\partial u} + \alpha_l \cdot a_2 \cdot (T_l - T_{wl}) = 0; \quad (2)$$

Далее

$$m_{w11} \cdot u \cdot c_{w1} \cdot \frac{\partial T_{wl}}{\partial t} = \alpha_l \cdot u \cdot F_{l \max} (T_l - T_{wl}) - k_l \cdot F_{l \max} \cdot u \cdot (T_l - T_{wst}); \quad (3)$$

$$\pi (D_2^2 - D_1^2) \cdot \rho \cdot u \cdot c_{w1} \cdot \frac{\partial T_{wl}}{\partial t} = \alpha_l \cdot u \cdot \pi \cdot D_2 \cdot (T_l - T_{wl}) - k_l \cdot \pi \cdot D_2 \cdot u \cdot (T_l - T_{wst})$$

$$m_{h1} \cdot u \cdot c_h \cdot \frac{\partial T_h}{\partial t} + v_h \cdot m_{h1} \cdot u \cdot c_h \cdot \frac{\partial T_h}{\partial u} - \alpha_h \cdot u \cdot F_{h \max} / k_F \cdot (T_{wh} - T_h) = 0;$$

$$\pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot u \cdot c_h \cdot \frac{\partial T_h}{\partial t} + \pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot u \cdot c_h \cdot \frac{\partial T_h}{\partial u} - \alpha_h \cdot u \cdot \pi \cdot D_{hin} / k_F \cdot (T_{wh} - T_h) = 0 \quad (4)$$

$$\pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot c_h \cdot \frac{\partial T_h}{\partial t} + \pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot c_h \cdot \frac{\partial T_h}{\partial u} - \alpha_h \cdot \pi \cdot D_{hin} / k_F \cdot (T_{wh} - T_h) = 0$$

$$\pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot u \cdot c_{wh} \cdot \frac{\partial T_{wh}}{\partial t} = -\alpha_h \cdot u \cdot F_{l \max} / k_F \cdot (T_{wh} - T_h) - k_h \cdot F_{h \max} \cdot u \cdot (T_{wh} - T_{wst});$$

$$\pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot c_{wh} \cdot \frac{\partial T_{wh}}{\partial t} = -\alpha_h \cdot F_{l \max} / k_F \cdot (T_{wh} - T_h) - k_h \cdot F_{h \max} \cdot (T_{wh} - T_{wst}); \quad (5)$$

$$m_{wst1} \cdot c_{wst} \cdot \frac{\partial T_{wst}}{\partial t} = -k_h \cdot F_{h \max} / k_F \cdot (T_{wh} - T_{wst}) + k_l \cdot F_{l \max} \cdot (T_{wl} - T_{wst}); \quad (6)$$

Введем обозначения:

$$k_F = F_l / F_H, \quad x = F_l / F_{l_{\max}}, \quad (7)$$

$$a_h = \pi D_{hin}^2 \cdot \rho \cdot c_{wh}; \quad a_l = v_1 \cdot a_1 \cdot c_l; \quad (8)$$

$$b_h = \pi \cdot \alpha_h \cdot D_{hin} / k_F; \quad b_l = \alpha_l \cdot a_2;$$

$F_{l_{\max}}$  – максимальное значение площади теплообмена между потоками

$$l_{\max} = F_{l_{\max}} / (\pi d_l); \quad (9)$$

Граничные условия для потоков (условия постоянства температуры на входе в теплообменник, они же начальные условия в нулевой момент времени):

$$\frac{dT_1}{dx} \Big|_{(x=0)} = 0; \quad \frac{dT_2}{dx} \Big|_{(x=L)} = 0; \quad (10)$$

Граничные условия для теплопередающей стенки и корпуса теплообменника, исходя из отсутствия теплового потока на их осевых краях, записываются как:

$$\frac{dT_w}{dx} \Big|_{(x=0)} = 0; \quad \frac{dT_w}{dx} \Big|_{(x=L)} = 0; \quad (11)$$

### Схема теплообменника с регулируемой площадью поверхности теплообмена и принцип работы

Схема теплообменника (на примере типового теплообменника типа «труба в трубе») имеет вид (рис.1). На верхней части рисунка показан теплообменник в исходном состоянии, на нижней – со сдвинутой разделительной стенкой в сторону, противоположную, направлению движения греющего потока. При таком условии и выводится математическая модель теплообменника.

### Математическая модель теплообменника

Термодинамическая модель теплообменника основана на следующих предположениях:

– температура среды внутри теплообменника равна средней температуре нагреваемой среды; теплоизоляция обладает высоким тепловым сопротивлением.

Основными уравнениями, лежащими в основе проектного расчета теплообменного аппарата, являются уравнения теплового баланса.

$$Q = G1 \cdot (H1_{in} - H1_{ex}) = G2 \cdot (H2_{in} - H2_{ex}) \quad (12)$$

и основное уравнение теплопередачи

$$Q = K \cdot F \cdot \Delta t_{ml} \quad (13)$$

$$\Delta t_{ml} = \frac{\Delta t_b - \Delta t_m}{\ln \frac{\Delta t_b}{\Delta t_m}}, \quad (14)$$

$$\Delta t_b = t_{1out} - t_{2in}; \quad (15)$$

$$\Delta t_m = t_{1in} - t_{2out};$$

Когда при проектировании теплообменника ставится задача обеспечить постоянное значение величины  $\Delta t_m$  при постоянных температурах входных потоков  $t_{1in}, t_{2in}$ , переменной тепловой нагрузке  $Q$  и постоянном расходе, то из уравнения (2) следует, что эта цель может быть достигнута только изменением значения параметра  $F$ . При постоянной тепловой нагрузке  $Q$ , но при пульсациях расходов тепловых агентов, только площадь теплообмена  $F$  является основной управляющей величиной, которая может быть использована для стабилизации температуры нагреваемой среды.

- пренебрегают изменениями потенциальными и кинетическими изменениями энергии двух жидкостей;
  - пренебрегаем падением давления внутри трубок;
  - теплообменник теплоизолирован от окружающей среды;
  - жидкости не меняют своего фазового состояния;
  - стенки теплообменника сделаны из одинакового материала, например, из углеродистой стали;
  - температура каждой из жидкостей одинакова по сечению;
  - удельная теплоемкость каждой из жидкостей постоянна при постоянном давлении;
  - массовые расходы сред известны;
- Рассмотрим решение уравнения статики теплообменника, которое имеет вид:  
Рассмотрим вначале упрощенные уравнения статики теплообменника. Предполагаем, что между движущейся вставкой и стенками существует конечное, достаточно малое, значение теплового сопротивления. В формулах (5) - (7)  $d_1$  – внутренний диаметр трубы греющего

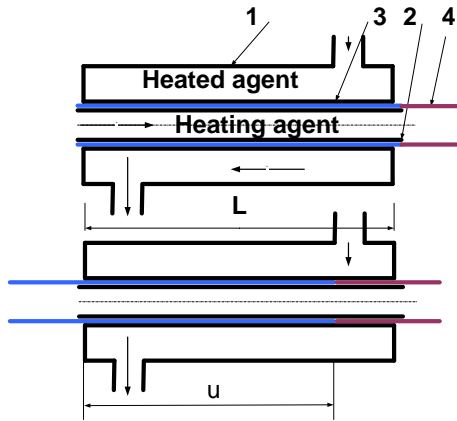
потока,  $d_2$  – внутренний диаметр трубы нагреваемого потока,  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке трубы греющего потока,  $\alpha_2$  – коэффициент теплоотдачи на внутренней стенке трубы нагреваемого потока,  $R_k$  – контактное тепловое сопротивление между вставкой и стенками труб теплообменника.

$$\frac{dT_h}{dx} = \frac{K}{c_h G_h} \cdot (T_l - T_h) \quad (16)$$

$$\frac{dT_l}{dx} = \frac{K}{c_l G_l} \cdot (T_l - T_h) \quad (17)$$

$$\alpha_c F_l (T_w - T_2) + \alpha_h F_h (T_1 - T_w) = 0. \quad (18)$$

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{\alpha_2 d_2} + 2 \cdot R_k}, \quad (19)$$



1 – Наружная труба (external pipe), 2 – внутренняя труба (internal pipe), 3 – теплопроводящий узел (heat conducting unit), 4 – теплоизолирующая вставка (heat insulation pipe).

Рис.1. Схема теплообменника (Fig2 – heat exchanger scheme).

### СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛООБМЕННИКОМ

Схемам управления теплообменными аппаратами посвящено большое количество работ [4-20].

Эти работы связаны с построением систем на нечеткой логике, нейросетей, адаптивных систем управления, нелинейных систем управления, LKG- регуляторов.

Управление теплообменными аппаратами может осуществляться:

изменением температуры греющей среды (теплообменники тепловых насосов, теплообменные аппараты, управляемые от котлов, ТЭЦ и т.п.);

изменением температуры нагреваемой среды; изменением расходов, как греющей, так и нагреваемой сред;

изменением конструктивных параметров теплообменника, например, изменением площади поверхности теплообмена.

Последний способ не нашел широкого распространения на практике, ввиду ряда ограничений конструктивного характера. Так изменение площади поверхности теплообмена в погружных теплообменниках может осуществляться путем изменения степени погружения змеевика. Система, реализующая подобный алгоритм, достаточно сложная, так как требует дополнительного оборудования для регулирования уровня нагреваемой среды в погружном теплообменнике.

Передаточная функция проточного теплообменника имеет вид [1]

$$W(p, L) = \frac{T_2(p, L)}{T_1(p, 0)} = b(p) \cdot \left( 1 - e^{\frac{-\tau}{a(p)}} \right) \quad (20)$$

Путем простых вычислений можно показать, что передаточная функция противоточного теплообменника имеет вид.

$$W(p, L) = \frac{T_2(p, L)}{T_1(p, 0)} = b(p) \cdot \left( 1 - e^{\frac{\tau}{a(p)}} \right) \quad (21)$$

где

$$a(p) = \frac{T_L (T_{wl} p + 1 + \chi)}{(T_L p + 1)(T_{wl} p + 1 + \chi) - \chi}; \quad (22)$$

$$b(p) = \frac{1}{T_L T_{wl} p^2 + (T_{wl} + (1 + \chi) T_L) p + 1}; \quad (23)$$

$$T_L = \frac{M_L c_{pL}}{F_1 \alpha_1}; T_{wl} = \frac{M_{wl} c_{wl}}{F_1 \alpha_1 + F_2 \alpha_2}; \chi = \frac{F_1 \alpha_1}{F_2 \alpha_2}.$$

. Запишем уравнение (4) в виде:

$$b(p) = \frac{1}{(T_{B1} p + 1) \cdot (T_{B2} p + 1)}; \quad (24)$$

Для проточного теплообменника:

$$\begin{aligned} \frac{1}{a(p)} &= \frac{(T_L p + 1)(T_{wl} p + 1 + \chi) - \chi}{T_L ((T_{wl} p + 1 + \chi))} \\ e^{-\frac{\tau}{a(p)}} &= e^{-\frac{\tau (T_L p + 1)(T_{wl} p + 1 + \chi) - \chi}{T_L ((T_{wl} p + 1 + \chi))}} = \\ &= e^{-\frac{\tau (T_L p + 1)}{T_L} \cdot \frac{-\chi}{T_{wl} p + 1 + \chi}} = e^{-\tau p} e^{\frac{-\tau \chi}{T_L (1 + \chi)}} e^{\frac{1}{T_{wl} p + 1}} \end{aligned}$$

$$T_2(p, L) = T_1(p)b(p) \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{a(p)}} \right), \quad T_2(p, L) = T_1(p)b(p) \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{a(p)}} \right), \quad (27)$$

$$e^{-\tau p} e^{\frac{-\tau \chi}{T_L(1+\chi)}} \cdot \left( \frac{b_1 p + b_2}{T_{wl1} p + 1} \right); T_{wl1} = \frac{T_{wl}}{1 + \chi};$$

$$k = \frac{\tau \chi}{T_L(1 + \chi)}; b_2 = e^k; \quad (25)$$

$$b_1 = T_{wl1}; c(p) = \left( \frac{b_1 p + b_2}{T_{wl1} p + 1} \right).$$

где,  $\tau = \frac{L}{v}$ ,  $v$  – средняя скорость хладагента,

$L$  – средняя длина пути хладагента в трубопроводе.

Для противоточного теплообменника уравнения (25) будут иметь вид:

$$\frac{\tau}{a(p)} = \frac{\tau (T_L p + 1)(T_{wl} p + 1 + \chi) - \chi}{T_L ((T_{wl} p + 1 + \chi))} =$$

$$\frac{-\tau (T_L p + 1)}{T_L} \cdot \frac{\chi}{1 + T_{wl} p + \chi} = e^{-\tau p} e^{\frac{-\tau \chi}{T_L(1+\chi)}} e^{\frac{1}{T_{wl1} p + 1}} =$$

$$e^{-\tau p} e^{\frac{-\tau \chi}{T_L(1+\chi)}} \cdot \left( \frac{b_1 p + b_2}{T_{wl1} p + 1} \right); \quad (26)$$

$$k = \frac{-\tau \chi}{T_L(1 + \chi)}; b_2 = e^k;$$

$$b_1 = T_{wl1}; c(p) = \left( \frac{b_1 p + b_2}{T_{wl1} p + 1} \right),$$

В настоящей работе рассматривается система управления теплообменниками типа «труба в трубе», кожухозмеевиковыми и им подобными, где площадь поверхности теплопередачи регулируется изменением положения теплопроводящей вставки между греющей и нагреваемой трубами. Поэтому рассмотрим уравнения статики для противоточного теплообменника с управляемой вставкой.

Преимуществом данного технического решения примененного для регулирования режима работы теплообменного аппарата является простота, недостатком – большая инерционность процесса регулирования из-за необходимости использования теплопередающей вставки.

### ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕННИКА

Как показано в [1], изображение зависимости температуры на выходе из проточного теплообменника в зависимости от температуры на входе в теплообменник имеет вид:

Из сравнения формул (25) и (26) становится видным отличие динамических моделей противоточного и поточного теплообменников.

Если в уравнении (21) выражение в скобках упростить, то получим следующее выражение:

$$T_2(p, L) = T_1(p) \cdot b(p) \cdot e^{-\tau p} \cdot e^k \cdot c(p), \quad (28)$$

Поскольку возможны различные виды аппроксимаций выражения  $e^{-\frac{\tau}{a(p)}}$ , то считаем объект управления, объектом с неопределенными параметрами.

$$-v_l \cdot m_l \cdot c_l \cdot I_{\max}^{-1} \cdot \frac{\partial T_l}{\partial u} + \alpha_l \cdot F_{l \max} \cdot (T_l - T_{wl}) = 0$$

$$\alpha_l \cdot F_{l \max} (T_l - T_{wl}) - k_l \cdot F_{l \max} \cdot (T_l - T_{wst}) = 0$$

$$v_h \cdot m_h \cdot c_h \cdot I_{\max}^{-1} \cdot \frac{\partial T_h}{\partial u} - \alpha_h \cdot F_{h \max} \cdot (T_{wh} - T_h) = 0 \quad (29)$$

$$-\alpha_h \cdot \frac{F_{l \max}}{k_F} \cdot (T_{wh} - T_h) - k_h \cdot F_{h \max} \cdot (T_{wh} - T_{wst}) = 0$$

$$-k_h \cdot \frac{F_{h \max}}{k_F} \cdot (T_{wh} - T_{wst}) + k_l \cdot F_{l \max} \cdot (T_{wl} - T_{wst}) = 0$$

Рассмотрим структурную схему системы управления теплообменником с регулируемой поверхностью теплообмена (ТОР). Для расчета вида и параметров нелинейного элемента, расположенного перед звеном передаточной функции теплообменника по каналу температуры на выходе-температура на входе в теплообменник рассмотрим, для примера, решение уравнений статики противоточного теплообменника:

Рассмотрим решение системы (1)-(5), но без множителя  $u$  в первом и третьем уравнении. Тогда получаем систему обыкновенных алгебраически-дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

Разделим эту систему из пяти уравнений на две системы. Первая состоит из двух дифференциальных уравнений первого порядка

$$a_l \frac{dT_l}{du} = b_l (T_l - T_{wl})$$

$$a_h \frac{dT_h}{du} = b_h (T_{wh} - T_h) \quad (30)$$

В (30)  $a_l = v_l m_l c_l l_{\max}^{-1}$ ,  $a_h = v_h m_h c_h l_{\max}^{-1}$ , из 2-го, 4-го и 5-го уравнений системы (29).  
 $b_l = \alpha_l F_{l_{\max}}$ ,  $b_h = \alpha_h F_{h_{\max}}$ . Вторую систему После некоторых упрощений получим  
 линейных алгебраических уравнений для уравнение (31)  
 неизвестных функций  $T_{wl}$ ,  $T_{wh}$  и  $T_{wst}$  получим

$$\begin{cases} -a_l T_{wl} + k_l T_{wst} = (k_l - a_l) T_l \\ -\left(\alpha_h \frac{F_{l_{\max}}}{k_F} + k_h F_{h_{\max}}\right) T_{wh} + k_h F_{h_{\max}} T_{wst} = \alpha_h \frac{F_{l_{\max}}}{k_F} \\ k_l F_{l_{\max}} T_{wl} - k_h \frac{F_{h_{\max}}}{k_F} T_{wh} \left(k_h \cdot \frac{F_{h_{\max}}}{k_F} - k_l F_{l_{\max}}\right) k_l T_{wst} = 0 \end{cases} \quad (31)$$

Разрешая систему (31) относительно  $T_{wl}$  и  $T_{wh}$ , получим

$$T_{wl} = \frac{F_{l_{\max}} k_F k_l T_l \alpha_h (k_l - a_l) + F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l T_l (k_l - a_l) - \alpha_h (k_l (T_h + T_l) - T_l a_l))}{F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h (k_l - a_l) + F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l (k_l - a_l) + \alpha_h a_l)} \quad (32)$$

$$T_{wh} = \frac{F_{l_{\max}} k_F k_l T_h \alpha_h (-k_l + a_l) + F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l T_l (k_l - a_l) - T_h \alpha_h a_l)}{F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h (k_l - a_l) + F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l (k_l - a_l) + \alpha_h a_l)} \quad (33)$$

Перепишем (32) и (33) в виде

$$Z = F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h (k_l - a_l) + F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l (k_l - a_l) + \alpha_h a_l) \quad (34)$$

$$T_{wl} = \frac{(F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l - \alpha_h) + F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h)(k_l - a_l) T_l - F_{h_{\max}} k_h k_l \alpha_h T_h}{Z} \quad (35)$$

$$T_{wh} = \frac{F_{h_{\max}} k_F^2 k_l (k_l - a_l) T_l + (F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h (a_l - k_l) - F_{h_{\max}} k_h \alpha_h a_l) T_h}{Z} \quad (36)$$

или

$$T_{wl} = \beta_{11} T_l + \beta_{12} T_h; \quad (37)$$

$$T_{wh} = \beta_{21} T_l + \beta_{22} T_h. \quad (38)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \beta_{11} &= \frac{F_{h_{\max}} k_h (k_F^2 k_l - \alpha_h) + F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h (k_l - a_l)}{Z}, \beta_{12} = -\frac{F_{h_{\max}} k_h k_l \alpha_h}{Z} \\ \beta_{21} &= \frac{F_{h_{\max}} k_F^2 k_l (k_l - a_l)}{Z}, \beta_{22} = \frac{F_{l_{\max}} k_F k_l \alpha_h (a_l - k_l) - F_{h_{\max}} k_h \alpha_h a_l}{Z} \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_l}{du} &= a_{11}T_l - a_{12}T_h \\ \frac{dT_h}{du} &= a_{21}T_l - a_{22}T_h \end{aligned} \quad (40)$$

Здесь введены обозначения

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{b_l(1-\beta_{11})}{a_l}, a_{12} = \frac{b_l\beta_{12}}{a_l}, \\ a_{21} &= \frac{b_h\beta_{21}}{\alpha_h}, a_{22} = \frac{b_h(1-\beta_{22})}{\alpha_h} \end{aligned} \quad (41)$$

Для решения системы (40) введем вектор неизвестных функций  $\bar{z} = \begin{pmatrix} T_l \\ T_h \end{pmatrix}$ . Тогда система (40) может быть представлена в векторно-матричном виде, как

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{z}}{du} &= A\bar{z}, \bar{z} = \begin{pmatrix} T_l \\ T_h \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{b_l(1-\beta_{11})}{a_l} & \frac{b_l\beta_{12}}{a_l} \\ \frac{b_h\beta_{21}}{\alpha_h} & \frac{b_h(1-\beta_{22})}{\alpha_h} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (42)$$

Обозначим через  $k_1, k_2$  и  $\bar{w}_1, \bar{w}_2$  собственные числа и собственные вектора матрицы  $A$ . Введем матрицу собственных векторов  $Q = (\bar{w}_1, \bar{w}_2)$ . Тогда матрицу  $A$  можно привести к диагональному виду по формулам

$$A = Q\Lambda Q^{-1}, \Lambda = Q^{-1}AQ, \Lambda = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} \quad (43)$$

Подставим (43) в систему (42), умножим систему слева на  $Q^{-1}$  и введем новый вектор неизвестных

$$\bar{q} = Q^{-1}\bar{z}. \text{ Тогда для компонент вектора } \bar{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$$

получаем два несвязанных дифференциальных уравнения

$$\frac{dq_1}{du} = k_1 q_1, \frac{dq_2}{du} = k_2 q_2 \quad (44)$$

решением которых являются функции

$$q_1(u) = c_1 e^{k_1 u}, q_2(u) = c_2 e^{k_2 u} \quad (45)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – две произвольные постоянные.

Тогда решением системы (40) является вектор

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \begin{pmatrix} T_l \\ T_h \end{pmatrix} = Q\bar{q} = Q(c_1 e^{k_1 u}, c_2 e^{k_2 u}) = \\ &= c_1 \bar{w}_1 e^{k_1 u} + c_2 \bar{w}_2 e^{k_2 u}. \end{aligned} \quad (46)$$

Собственные числа  $k_1, k_2$  и собственные вектора  $\bar{w}_1, \bar{w}_2$  матрицы  $A$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (47)$$

определяются по следующему способу. Найти собственные значения значит, что нужно найти такие числа  $k$ , для которых существует ненулевое решение однородной задачи  $A\bar{w} = k\bar{w}$  или  $(A - kE)\bar{w} = 0$ . Т.е. найти такие  $k$  для которых существует ненулевой вектор решения  $\bar{w} \neq 0$  однородной системы уравнений. Однородная система  $(A - kE)\bar{w} = 0$  в покомпонентной записи имеет вид

$$\begin{cases} (a_{11} - k)w_1 + a_{12}w_2 = 0 \\ a_{21}w_1 + (a_{22} - k)w_2 = 0 \end{cases} \quad (48)$$

Однородная система (48) имеет ненулевые решения только в случае, если определитель этой системы равен нулю, т.е. для определения собственных значений  $k$  имеем уравнение

$$\begin{aligned} \det(A - kE) &= \begin{vmatrix} a_{11} - k & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - k \end{vmatrix} = \\ &= (a_{11} - k)(a_{22} - k) - a_{12}a_{21} = 0 \end{aligned} \quad (49)$$

$$k^2 - (a_{11} + a_{22})k + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0 \quad (50)$$

Обозначим корни уравнения (50) через  $k_1, k_2$

. Теперь для нахождения собственных векторов соответствующих собственным значениям,  $k_1, k_2$  нужно найти ненулевые решения

системы (48) при  $k = k_i, i = 1, 2$ . Решая эти системы, получаем собственные вектора

$$\begin{aligned} \bar{w}_1 &= \begin{pmatrix} -\frac{a_{22}}{a_{11} - k_1} d_1 / d_1 \\ d_1 \end{pmatrix}, \\ \bar{w}_2 &= \begin{pmatrix} -\frac{a_{12}}{a_{11} - k_2} d_2 / d_2 \\ d_2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (51)$$



где через  $d_1, d_2$  обозначены произвольные постоянные. Эти постоянные можно определить из требования, чтобы нормы векторов  $\bar{w}_1$  и  $\bar{w}_2$  были равны единице. Тогда

$$d_i^2 \left( 1 + \left( \frac{a_{12}}{a_{11} - k_i} \right)^2 \right) = 1, i = 1, 2$$

Или

$$d_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{a_{12}}{a_{11} - k_i} \right)^2}}, i = 1, 2 \quad (52)$$

Для оценки зависимости среднего значения температуры греющего агента от длины теплообменника  $k(x_1)$  проинтегрируем выражение (46) в диапазоне от  $0 \dots x_1$  и разделим его на  $x_1 (x_1 = 0 \dots L)$ . Получим:

$$k(x_1) = \int_0^{x_1} \Delta T_h(x) dx / x_1 \quad (53)$$

### СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛООБМЕННИКОМ

Управление температурой нагреваемого теплоносителя в теплообменных аппаратах осуществляется:

- изменением температуры греющей среды (теплообменники тепловых насосов, теплообменные аппараты, которыми нагружены котлы, ТЭЦ и др.);
- изменением расходов, как греющей, так и нагреваемой сред;
- изменением конструктивных параметров теплообменника, например, изменением площади поверхности теплообмена.
- изменением конструктивных параметров теплообменника, например, изменением площади поверхности теплообмена.

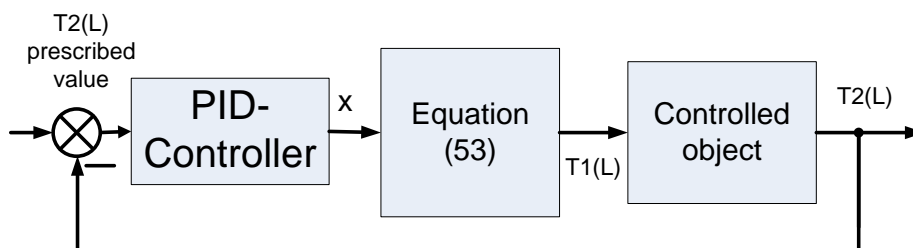


Рис.2. Схема САУ. (Fig.3. Automatic control system scheme).

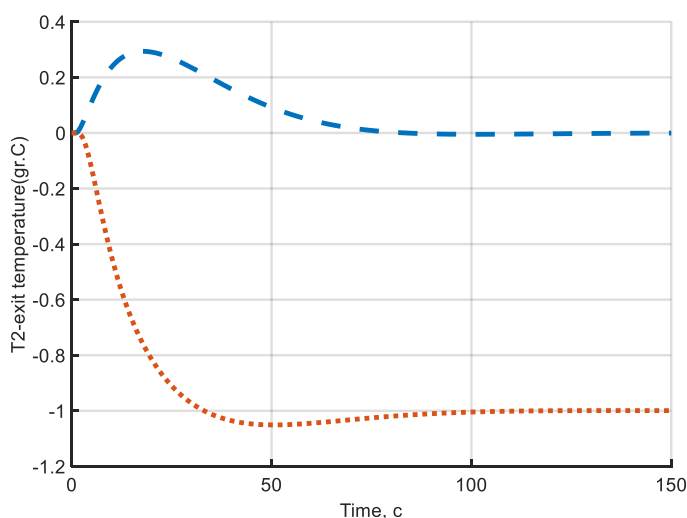


Рис.3. Температура нагреваемого потока на выходе теплообменника (пунктирная линия) и ход вставки (точечная линия) в функции времени (САУ с ПИД).

Fig.3. Temperature curve (dashed line) and movement of the insert (dotted line) as a function of time (PID control).

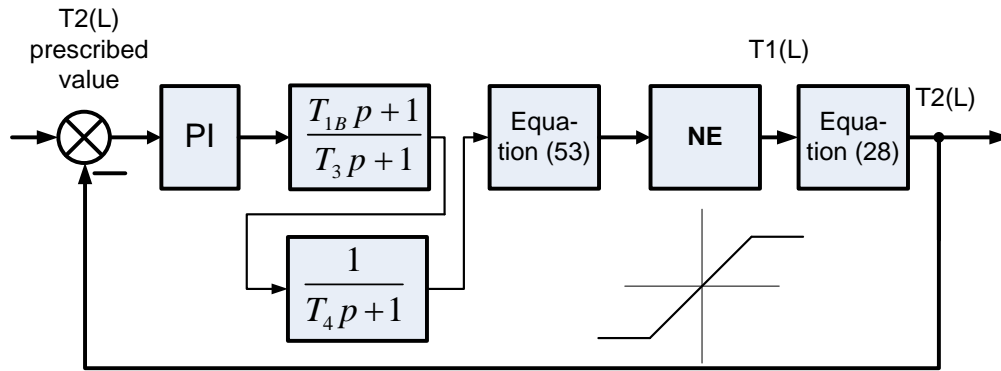


Рис.4. Структурная схема САУ с последовательным корректирующим звеном.  
Fig.4. Automatic control system with correction.

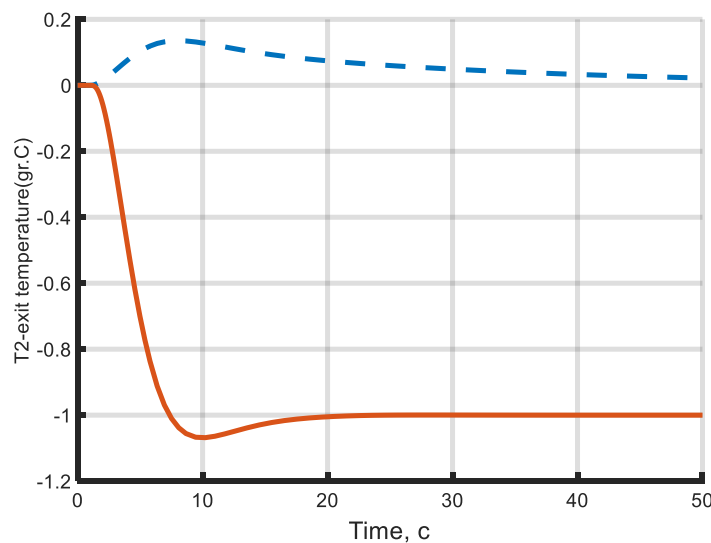


Рис.5. Температура нагреваемого потока на выходе теплообменника (пунктирная линия) и ход вставки (точечная линия) в функции времени (система с корректирующим звеном).  
Fig.5. Temperature curve (dashed line) and movement of the insert (solid line) as a function of time (system with correction).

Последний способ не нашел широкого распространения на практике, ввиду ряда ограничительных конструктивных характеристик. Так изменение площади поверхности теплообмена в погружных теплообменниках может осуществляться путем изменения степени погружения змеевика. Система, реализующая подобный алгоритм, естественно, достаточно сложная. В настоящей работе рассматривается система управления теплообменниками типа «труба в трубе», кожухозмеевиковыми и им подобными, площадь поверхности теплопередачи регулируется изменением положения теплопроводящей вставки между греющей и нагреваемой трубами. Преимуществом данного решения является простота, недостатком – несколько повышенная инерционность регулирования из-за необходимости использования теплопередающей вставки.

Рассмотрим структурную схему системы управления теплообменником с регулируемой поверхностью теплообмена (ТОР).

Объект управления описывается уравнением (27) в динамике и системой (30, 31) в статике. Если вставка перемещается, например, от входа холодного теплоносителя ко входу горячего теплоносителя, то температура холодного теплоносителя падает в соответствии с графиком, изображенным на рисунке Ф. Структурная схема САУ теплообменником с последовательным корректирующим звеном имеет следующий вид (рис. 4).

Здесь  $T_{1B}$  – наибольшая постоянная времени в звене  $b(p)$  (см. уравнение 28).  $T_3$  – постоянная времени реального

дифференцирующего звена (инерционно-форсирующего звена,  $T_{1B} > T_3$ ).

Зависимость между перемещением вставки и изменением температуры нагреваемого теплоносителя в статике имеет вид (рис.5).

Из сравнения графиков рис 3 и рис.5 становится видно, что благодаря введению последовательной коррекции приблизительно в 2 раза снижается перерегулирование выходной температуры, время переходного процесса снижается в 2,5 раза. Фильтр нижних частот, установленный сразу после корректирующего звена, позволяет устранить вибрации привода вставки в переходном и установившемся режиме работы.

### Заключение

1. Разработаны статическая и динамическая модели теплообменника типа «труба в трубе» с регулируемой теплопроводящей вставкой между трубами греющего и нагреваемого теплоносителя, в которых учтены теплофизические свойства теплоносителей, тепловые сопротивления между вставкой и трубами, расходы, температуры и давления движущихся сред, размеры аппарата.
2. Разработана методика решения дифференциально-интегральных уравнений статики теплообменника с теплопроводящей вставкой,

позволившая аналитически выразить отношение среднеинтегральных значений температур теплоносителей в теплообменнике в зависимости от длины теплообменника, что позволяет построить систему управления теплообменником с переменной площадью поверхности теплообмена, определить рациональные области применения таких теплообменников с учетом требований к быстродействию и качеству переходных процессов.

3. Получены передаточные функции для противоточного и прямоточного теплообменников по каналу «температура на выходе нагреваемой среды»-«температура греющей среды на входе в теплообменник».

4. С использованием языка моделирования на языке программирования Матлаб и графической среды имитационного моделирования Симулинк установлено, что переходные процессы при скачкообразном возмущении температуры греющей среды на входе в теплообменник при работе как с ПИД-регулятором, так и с последовательным корректирующим звеном, включенным после ПИД-регулятора носят апериодический характер, причем последовательное корректирующее звено снижает время переходного процесса на 40-60%.

### Литература (References)

- [1] Dudnikov E.G. Avtomaticheskoe upravlenie v himicheskoi promishlennosti. [Automatic control in chemical industry]. Mashinostroenie, 1987. 368 p.
- [2] Automatic control of a heat exchanger with changing operation conditions. <http://www.mathematik.tu-dortmund.de/papers/BayazitBicerKulaliMueminguTorres2008.pdf> (accessed 23.04.2019).
- [3] Applying heat exchanger control strategies. <https://www.controleng.com/articles/applying-heat-exchanger-control-strategies/> (accessed 23.04.2019).
- [4] Saji K. S. and Sasi Kumar M. PI-Controller Tuning for Heat Exchanger with Bypass and Sensor. International Journal of Electrical Engineering. ISSN 0974-2158 Volume 5, Number 6 (2012), pp. 679-689.
- [5] Vasickaninová A., Bakosová M., Mészáros A., Klemes J.J. Neural Network Predictive Control of a Heat Exchanger. Applied Thermal Engineering, V31 (2011), pp.2094-2100.
- [6] Fisher M., Nelles O., Isermann R. Adaptive predictive control of a heat exchanger based of fuzzy model. Control Engineering Practice 6 (1998) 259-269.
- [7] Shinsky G.F. PID dead – time control of distributed processes. Control Engineering Practice 9 (2001) 1177–1183.
- [8] Laszczyk P. Simplified modeling of liquid-liquid heat exchangers for use in control systems. Applied Thermal Engineering. 119 (2017) pp.140–155.
- [9] Salam K. Al-Dawery, Ayham M. Alrahawi, Khalid M. Al-Zobai Dynamic modeling and control of plate heat exchanger. International Journal of Heat and Mass Transfer 55 (2012) 6873–6880.
- [10] Álvarez J.D., Yebra L.J., Berenguel M. Repetitive control of tubular heat exchangers, J. Process Control 17 (9) (2007) 689-701. doi:10.1016/j.jprocont.2007.02.003.
- [11] K. Varshney, P.K. Panigrahi, Artificial neural network control of a heat exchanger in a closed flow air circuit, Appl. Soft Comput. 5 (4) (2005) 441-465. doi:10.1016/j.asoc.2004.10.004.
- [12] Bakosova M, Oravec J. Robust model predictive control for heat exchanger network. Applied Thermal Engineering 73 (2014) 924-930.

- [13] Klemes J.J., Varbanov P.S., Heat integration including heat exchangers, combined heat and power, heat pumps, separation processes and process control, Appl. Therm. Eng. 43 (2012) 1-6, <http://dx.doi.org/10.1016/j.apthermaleng.2012.03.044>.
- [14] Arbaoui M.A., Vernieres-Hassimi L., Seguin D., Abdelghani-Idrissi Counter-current tubular heat exchanger: modeling and adaptive predictive functional control, Appl. Therm. Eng. 27 (2007) 2332-2338, <http://dx.doi.org/10.1016/j.apthermaleng.2006.12.027>.
- [15] Oravec J., Bakošová M., Mészáros A., Míková N. Experimental investigation of alternative robust model predictive control of a heat exchanger. Applied Thermal Engineering 105 (2016) 774–782.
- [16] Wang Yaran, You Shijun, Zheng Wandong, Zhang Huan, Zheng Xuejing, Miao Qingwei State space model and robust control of plate heat exchanger for dynamic performance improvement. Applied Thermal Engineering 128 (2018) 1588–1604.
- [17] Vasickaninová A., Bakošová M., Cirka L., Kalúz M., Oravec J. Robust controller design for a laboratory heat exchanger. Applied Thermal Engineering 128 (2018) 1297–1309.
- [18] Borkar Pravin Kumar, Agrawal G.K, Qureshi M.F, Jha Manoj Efficient Hybrid Control of Shell and Tube Heat Exchanger Using Interval Type-2 and Adaptive Neuro Fuzzy Based Fuzzy Inference System. International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. V3. Issue 11, 2014, 17528-17542.
- [19] Vasičkaninova A., Bakošova M. Application of H2 and H∞ Approaches to the Robust Controller Design for a Heat Exchanger. Chemical Engineering Transactions. 35, 463-468 DOI:10.3303/CET1335077.
- [20] Subhransu Padhee Controller Design for Temperature Control of Heat Exchanger System: Simulation Results. WSEAS Transactions on Systems and Control, V9., 2014, 485-491.

**Сведения об авторах.**



**Шит Михаил Львович** – к.т.н., в.н.с. лаборатории «Энергетической эффективности и возобновляемых источников энергии» института энергетики. Область научных интересов: тепловые насосы, автоматическое управление технологическими процессами. E-mail: [mihail\\_sit@mail.ru](mailto:mihail_sit@mail.ru)



**Пацюк Владимир Ильич**, к.ф.м.н., доцент Молдавского Государственного университета, ведущий научный сотрудник Института энергетики. Области научных интересов: математическая физика, численный анализ, теоретическая механика. E-mail: [patsiuk@mail.ru](mailto:patsiuk@mail.ru)



**Бурциу Виталий Иванович** – к.т.н. заведующий лаборатории «Энергетической эффективности и возобновляемых источников энергии» института энергетики. Область научных интересов: тепловые насосы, возобновляемые источники энергии. E-mail: [yburciu@gmail.com](mailto:yburciu@gmail.com)



**Журавлев Анатолий Александрович** – кандидат технических наук, в.н.с. лаборатории «Энергетической эффективности и возобновляемых источников энергии» института энергетики. Область научных интересов: микропроцессорные системы управления, промышленная автоматика. E-mail: [AZhur5249@mail.ru](mailto:AZhur5249@mail.ru)



**Тимченко Дмитрий Викторович** – ведущий инженер – программист Института энергетики Молдовы. Область научных интересов: программирование микропроцессоров. E-mail: [dimmy@bk.ru](mailto:dimmy@bk.ru)