

## The Method for Determining the Internal Complex Resistance of a Source to Obtain Maximum Power from an Active Multi-Pole

<sup>1</sup>Bușer V. V., <sup>2</sup>Glazeva O. V.

<sup>1</sup>Odessa National Polytechnic University, <sup>2</sup>National University «Odessa Maritime Academy»  
Odessa, Ukraine

**Abstract.** The study of the active multipoles, whose individual circuits are connected in the form of a star, was conducted. The aim of the research is to determine the conditions for obtaining maximum power under the load. The solution is found using the principle of a superposition and an analytical search for an extremum in an active DC three-pole. It is ensured that the necessary condition is the equivalence of the active resistance of the source and the load in each branch, regardless of the electromotive force of the source. It is based on a special symmetry of partial differential equations – in each equation the resistance of the branch of the sources is summed up with the resistance of the same branch of the load. The scientific novelty of this work consists in the analytically accurate substantiation of the condition for achieving the maximum power for an n-phase AC network with the isolated neutrals – full resistances in each branch of the load must be equivalent to conjugate complex resistances of a source. A new method for the experimental determination of internal resistances of both of a three-phase and n-phase source of electrical energy is proposed. It is based on the selection of conjugated complex resistances of the load and the source. The procedure consists of two stages: ensuring the voltage resonance in each phase of a multipole and iterative selection of the resistance of the load in each phase to obtain the maximum power. The MULTISIM model can be used in virtual laboratory works for the study of the electrical engineers.

**Keywords:** maximum of active power in load, active three-pole DC, active multi-pole AC, partial differential.

**DOI:** 10.5281/zenodo.3239194

### Metoda de determinare a rezistenței complexe interne a sursei pentru obținerea puterii maxime de la multipolul activ

<sup>1</sup>Bușer V.V., <sup>2</sup>Glazeva O.V.

<sup>1</sup>Universitatea Politehnică Națională din Odessa

<sup>2</sup>Universitatea Națională "Academia Maritimă Odessa", Odessa, Ucraina

**Rezumat.** A fost efectuat un studiu al multipolilor activi cu conexiunea circuitelor în stea. Scopul lucrării este de a determina condițiile de obținere a puterii maxime în sarcină și de a dezvolta o metodă pentru determinarea rezistenței interne totale a unei surse multifazice. Scopul a fost realizat folosind metodele de suprapunere și căutarea analitică a unui extremum pentru un tripol activ de curent continuu. Se demonstrează că condiția necesară pentru obținerea puterii maxime în sarcină dintr-un astfel de tripol este egalitatea rezistențelor active ale sursei și a sarcinii din fiecare ramură, astfel încât în acest caz ecuațiile diferențiale parțiale, pe baza cărora se găsește extremumul, devin identice egale cu zero, indiferent de forța electromotoare a sursei. Noutatea științifică a lucrării constă în fundamentarea analitică exactă a condiției de obținere a puterii maxime și pentru o rețea de curent alternativ cu n-faze cu neutre izolate - rezistența totală a fiecărei ramuri de sarcină trebuie cuplată în mod complex cu rezistența aceleiași ramuri a sursei. Pe baza acestei soluții a fost propusă o nouă metodă de determinare experimentală a rezistențelor interne ale unei surse de energie electrică cu n-faze, pe baza selecției complexelor de sarcină conjugată și rezistențelor sursei. Procedura constă în asigurarea rezonanței a tensiunilor în fiecare fază a multipolului de curent alternativ, utilizând un stocaj de inductanță și capacitate și, indiferent de tipul de curent, selectează iterativ rezistențele de sarcină consecutiv în fiecare fază pentru a obține puterea totală maximă.

**Cuvinte-cheie:** puterea activă maximă livrată, tripol activ de curent continuu, multipoli de curent alternativ, ecuații diferențiale parțiale.

### Способ определения внутренних комплексных сопротивлений источника для получения максимальной мощности от активного многополюсника

<sup>1</sup>Бушер В. В., <sup>2</sup>Глазева О. В.

<sup>1</sup>Одесский национальный политехнический университет

<sup>2</sup>Национальный университет «Одесская морская академия», Одесса, Украина

**Аннотация.** Проведено исследование активных многополюсников с соединением цепей звездой. Целью работы является определение условий получения максимальной мощности в нагрузке и разработка спо-

соба определения полного внутреннего сопротивления многофазного источника. Поставленная цель достигнута с помощью методов наложения и аналитического поиска экстремума для активного трехполюсника постоянного тока. Доказано, что необходимым условием получения максимальной мощности в нагрузке от такого трехполюсника является равенство активных сопротивлений источника и нагрузки в каждой ветви, так как только в этом случае уравнения в частных производных, на основании которых найден экстремум, становятся тождественно равными нулю независимо от электродвижущей силы источника. Научная новизна работы заключается в аналитически точном обосновании условия достижения максимума мощности и для  $n$ -фазной сети переменного тока с изолированными нейтралями – полное сопротивление каждой ветви нагрузки должно быть комплексно сопряженным сопротивлению этой же ветви источника. На основании этого решения предложен новый способ экспериментального определения внутренних сопротивлений  $n$ -фазного источника электрической энергии, основанный на подборе комплексно сопряженных сопротивлений нагрузки и источника. Процедура заключается в обеспечении резонанса напряжений в каждой фазе многополюсника переменного тока с помощью магазина индуктивностей и емкостей и, независимо от рода тока, итерационного подбора активных сопротивлений нагрузки поочередно в каждой фазе для получения максимальной суммарной мощности. Даны рекомендации по необходимым действиям в случае малого внутреннего сопротивления источника для защиты от перегрузок по току. Показан пример реализации предложенного способа в среде виртуальной лаборатории MULTISIM, приведены основные сведения о подготовке аналогичной модели в пакете MATLAB SimPowerSystem. Модель, созданная в MULTISIM, может быть использована при проведении виртуальных лабораторных работ для специалистов электротехнических специальностей.

**Ключевые слова:** максимум поставляемой активной мощности, активный трехполюсник постоянного тока, многополюсник переменного тока, дифференциальные уравнения в частных производных.

## ВВЕДЕНИЕ

Оптимизация передачи электрической энергии от активного многополюсника к пассивному является актуальной задачей и в технике связи, и в электроэнергетике, в том числе в автономных системах аварийного и резервного питания. В классической теории электротехники анализ передачи максимальной мощности от источника в нагрузку ограничен рассмотрением согласованного режима работы цепей на основании теоремы Тевенина о представлении источника постоянного или переменного тока, как активного двухполюсника [1 – 5]. Получены решения для трех случаев: (i) определено оптимальное для достижения максимальной мощности сопротивление нагрузки, равное сопротивлению источника; (ii) найдено оптимальное сопротивление источника для достижения этой же цели (решение тривиально – источник должен быть идеальным); (iii) выполнен анализ для двухполюсников переменного тока и также найдены требуемые оптимальные соотношения – активное сопротивление нагрузки должно быть равно полному сопротивлению источника, включая реактивную составляющую нагрузки. Последнее решение при возможности регулирования активного и реактивного сопротивления нагрузки сводится к случаю (i) [6 – 11].

Такой подход справедлив для многофазных сетей при соединении ветвей звездой в

случае заземленных нейтралей. Однако у многих потребителей (например, трехфазных двигателей или соединении ветвей треугольником) заземление нейтрали не выполняют. Анализ оптимальных соотношений в случае смещения нулевой точки из-за возможной асимметрии нагрузки и/или источника в литературе рассматривается редко и недостаточно полно. Анализ основывается на применении метода суперпозиции [12 – 14], который наилучшим образом подходит для соединений звездой и позволяет получить минимальное количество уравнений для расчета таких соединений [15]. На основании этого метода в [16] были получены желаемые условия для случая линейных трехполюсников постоянного и переменного тока. Однако даже для трехфазной сети переменного тока получена система из шести нелинейных уравнений, поэтому доказательство выполнено нестрогое, методом итерационного подбора, и не показано, как практически осуществить поиск таких параметров.

Проблема технической реализации согласования источника и нагрузки заключается в том, что экстремумы мощности при регулировании параметров нагрузки являются неярко выраженными. Поэтому необходимо применять методы прецизионного измерения параметров источника и нагрузки, основанные, например, на подключении трех вольтметров и амперметров для каждой ветви [17 – 19]. Поэтому, кроме математического обоснова-

ния метода, необходимо также разработать методику проведения экспериментальных исследований с учетом особенностей решаемой задачи.

Не менее важной задачей является подготовка методической базы для проведения экспериментальных исследований электрических цепей различной сложности с учетом специфических особенностей как объектов изучения, так и методов [20]. Этим вопросам уделяется большое внимание, в контексте чего важно отметить две особенности – из всего многообразия методов при проведении экспериментов желательно выбирать наиболее простые [21 – 23], а учитывая сложность и высокую стоимость прецизионного оборудования, во многих случаях целесообразно предварительно выполнить исследования на базе виртуальных лабораторий [24]. И на основании вышесказанного сформулируем цель и задачи работы.

**Цель работы** – получение условий передачи максимальной мощности для линейных многополюсников постоянного и переменного тока и обоснование способа экспериментального определения внутренних сопротивлений источника.

Для достижения поставленной цели решим следующие задачи.

Проведем анализ многополюсников постоянного и переменного тока и покажем возможность применения идентичного подхода к ним для согласования работы источника и нагрузки.

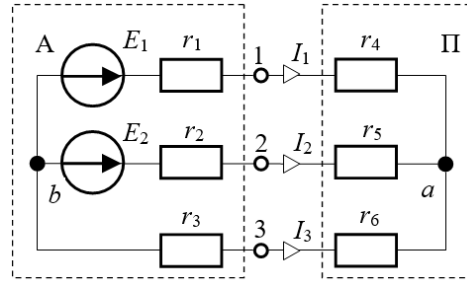
Разработаем процедуру экспериментального определения параметров многофазного источника переменного тока.

Покажем возможность реализации предлагаемого способа на базе виртуальных систем моделирования.

### 1. УСЛОВИЯ ПЕРЕДАЧИ МАКСИМАЛЬНОЙ МОЩНОСТИ АКТИВНЫМИ МНОГОПОЛЮСНИКАМИ

Проанализируем требуемые условия передачи максимальной мощности для активных трехполюсников постоянного тока, полученные в работе [2].

Так как любой линейный активный или пассивный многополюсник может быть приведен к эквивалентной схеме с соединением звездой, то расчетная схема для трехполюсников приводится к виду, показанному на рис. 1.



**Рис. 1. Расчетная схема для трехполюсников постоянного тока.<sup>1</sup>**

Расчет токов может быть выполнен методом суперпозиции, при использовании которого сопротивления отдельных цепей источника и нагрузки попарно складываются. Поэтому для сокращения записей обозначим  $r_1 + r_4 = r_{14}$ ,  $r_2 + r_5 = r_{25}$ ,  $r_3 + r_6 = r_{36}$ .

Тогда:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{E_1(r_{25} + r_{36}) - E_2 r_{36}}{B}, \\ I_2 &= \frac{E_2(r_{14} + r_{36}) - E_1 r_{36}}{B}, \\ I_3 &= \frac{-E_1 r_{25} - E_2 r_{14}}{B}, \\ B &= r_{14} r_{25} + r_{14} r_{36} + r_{25} r_{36}. \end{aligned} \quad (1)$$

Мощность, потребляемая нагрузкой, рассчитывается по формуле:

$$P = r_4 I_1^2 + r_5 I_2^2 + r_6 I_3^2 = \frac{A}{B^2}, \quad (2)$$

где

$$A = r_4 (E_1(r_{25} + r_{36}) - E_2 r_{36})^2 + r_6 (E_1 r_{25} + E_2 r_{14})^2 + r_5 (E_2(r_{14} + r_{36}) - E_1 r_{36})^2.$$

Найдем параметры нагрузки, при которых достигается максимум мощности.

Для этого приравняем частные производные нулю и решим получаемую систему из трех уравнений:

$$\frac{\partial P}{\partial r_4} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r_5} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial r_6} = 0, \quad (3)$$

которая принимает следующий вид:

<sup>1</sup> Appendix 1

$$\begin{cases} \{(E_1(r_{25} + r_{36}) - E_2 r_{36})^2 + \\ + 2r_5 E_2 (E_2(r_{14} + r_{36}) - E_1 r_{36}) + \\ + 2r_6 E_2 (E_1 r_{25} + E_2 r_{14})\} B - 2A(r_{25} + r_{36}) = 0, \\ \{(E_2(r_{14} + r_{36}) - E_1 r_{36})^2 + \\ + 2r_4 E_1 (E_1(r_{25} + r_{36}) - E_2 r_{36}) + \\ + 2r_6 E_1 (E_1 r_{25} + E_2 r_{14})\} B - 2A(r_{14} + r_{36}) = 0, \\ \{2r_4 (E_1(r_{25} + r_{36}) - E_2 r_{36})(E_1 - E_2) + \\ + 2r_5 [E_2 (r_{14} + r_{36}) - E_1 r_{36} (E_2 - E_1) + \\ + (E_1 r_{25} + E_2 r_{14})^2] B - 2A(r_{25} + r_{14}) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы уравнений относительно сопротивлений  $r_4, r_5, r_6$  дает два варианта ответов:  $r_4 = \pm r_1, r_5 = \pm r_2, r_6 = \pm r_3$ .

Отрицательные значения тривиальны, так как все составляющие уравнений вырождаются в 0, и решение не имеет физического смысла.

Но важно отметить, что если подставить положительные значения в уравнения, то равенство нулю достигается за счет сокращения отдельных слагаемых независимо от значений  $E_1, E_2$ .

Тогда:

$$\begin{aligned} B &= 4(r_2 r_3 + r_1 r_2 + r_1 r_3), \\ I_1 &= 2 \frac{E_1(r_2 + r_3) - E_2 r_3}{B}, \\ I_2 &= 2 \frac{E_2(r_1 + r_3) - E_1 r_3}{B}, \\ I_3 &= -2 \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{B}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$A = B(E_1^2(r_2 + r_3) + E_2^2(r_1 + r_3) - 2E_1 E_2 r_3). \quad (6)$$

Суммарная мощность составит:

<sup>2</sup> Appendix 1

$$P = \frac{E_1^2(r_2 + r_3) + E_2^2(r_1 + r_3) - 2E_1 E_2 r_3}{4(r_2 r_3 + r_1 r_2 + r_1 r_3)} \quad (7)$$

Рассмотрим работу с нагрузкой активного трехполюсника переменного тока (рис. 2). Здесь комплексные сопротивления нагрузки описываются шестью переменными:

$$\underline{z}_4 = r_4 + jx_4, \underline{z}_5 = r_5 + jx_5, \underline{z}_6 = r_6 + jx_6. \quad (8)$$

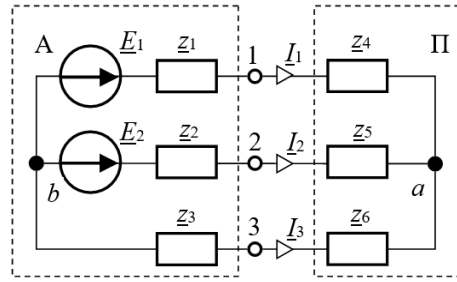


Рис. 2. Расчетная схема для трехполюсников переменного тока.<sup>2</sup>

Расчет для схемы на рис. 2 выполняется аналогично предыдущему случаю, но в комплексной форме. Поэтому значение активной мощности вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned} P(r_4, x_4, r_5, x_5, r_6, x_6) &= \\ &= r_4 I_1^2 + r_5 I_2^2 + r_6 I_3^2 = \frac{A}{B^2}, \\ A &= r_4 |\underline{E}_1(\underline{z}_{25} + \underline{z}_{36}) - \underline{E}_2 \underline{z}_{36}|^2 + \\ &+ r_5 |\underline{E}_2(\underline{z}_{14} + \underline{z}_{36}) - \underline{E}_1 \underline{z}_{36}|^2 + \\ &+ r_6 |\underline{E}_1 \underline{z}_{25} + \underline{E}_2 \underline{z}_{14}|^2, \\ B &= |\underline{z}_{25} \underline{z}_{36} + \underline{z}_{14} \underline{z}_{25} + \underline{z}_{14} \underline{z}_{36}|. \end{aligned} \quad (9)$$

Очевидно, что, как и в трехполюсниках постоянного тока, в уравнениях активной мощности все комплексные сопротивления присутствуют попарно. Поэтому, учитывая свойства комплексных чисел, вместо шести независимых уравнений необходимо решать только три. И тогда значения сопротивлений  $\underline{z}_4, \underline{z}_5, \underline{z}_6$ , удовлетворяющих системе уравнений

$$\frac{\partial P}{\partial \underline{z}_4} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \underline{z}_5} = 0, \quad \frac{\partial P}{\partial \underline{z}_6} = 0, \quad (10)$$

могут быть найдены аналогично решениям для постоянного тока. Но возможно большее количество реализуемых физически вариантов:

$$\begin{cases} r_4 = r_1, x_4 = x_1, \\ r_5 = r_2, x_5 = x_2, \\ r_6 = r_3, x_6 = x_3, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} r_4 = r_1, x_4 = -x_1, \\ r_5 = r_2, x_5 = -x_2, \\ r_6 = r_3, x_6 = -x_3. \end{cases} \quad (12)$$

И если использовать второе решение (12), то есть принять сопротивления ветвей

нагрузки равными комплексно сопряженным значениям источника:

$$\underline{z}_4 = \underline{z}_1^*, \quad \underline{z}_5 = \underline{z}_2^*, \quad \underline{z}_6 = \underline{z}_3^*, \quad (13)$$

то может быть сформулирован способ экспериментального определения внутренних сопротивлений трехфазного источника.

Очевидно также, что полученные уравнения инвариантны к количеству фаз и способ определения параметров методом максимума мощности в нагрузке может быть использован и для  $n$ -фазных многополюсников.

## II. СПОСОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ АКТИВНОГО МНОГОПОЛЮСНИКА

Рассмотрим схему с неизвестными параметрами источника  $Z_A, Z_B, Z_C$  и нагрузкой, составленной из магазинов резисторов  $R_A, R_B, R_C$ , индуктивностей  $L_A, L_B, L_C$ , конденсаторов  $C_A, C_B, C_C$ , трех амперметров  $A_1, A_2, A_3$  и трехфазного ваттметра  $W$  (рис. 3).

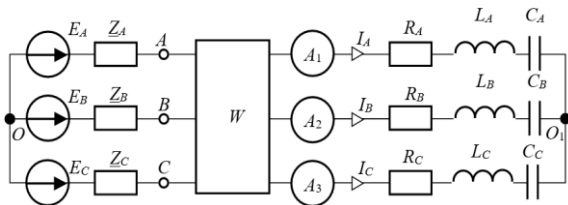


Рис. 3. Схема для определения внутренних сопротивлений трехфазного трехпроводного источника.<sup>3</sup>

Задача состоит в том, чтобы, изменяя параметры фазных сопротивлений нагрузки с помощью соответствующих магазинов, добиться максимально возможной активной мощности нагрузки (максимальных показаний ваттметра). Искомые внутренние комплексные сопротивления фаз источника будут равны сопряженным комплексным сопротивлениям соответствующих фаз нагрузки:

$$\begin{aligned} \underline{z}_1 &= \underline{Z}_A = R_A + j(X_{CA} - X_{LA}) = \underline{z}_4^* ; \\ \underline{z}_2 &= \underline{Z}_B = R_B + j(X_{CB} - X_{LB}) = \underline{z}_5^* ; \\ \underline{z}_3 &= \underline{Z}_C = R_C + j(X_{CC} - X_{LC}) = \underline{z}_6^* . \end{aligned} \quad (14)$$

Алгоритм поиска сопротивлений нагрузки состоит из трех этапов (рис. 4).

1. Учитывая, что в результате резонанса

напряжения в схеме могут быть большие токи, на стороне источника и на стороне нагрузки включают дополнительные сопротивления.

2. В каждой фазе по очереди с помощью магазинов конденсаторов  $C$  или индуктивностей  $L$  создается резонанс напряжения, возникновение которого определяется по максимуму показаний соответствующих амперметров.

3. Далее, регулируя сопротивления  $R_A, R_B, R_C$  получают максимальную суммарную мощность фаз. Эта операция повторяется, пока максимальное значение суммарной мощности ваттметров не перестает увеличиваться. Снятые с магазинов значения сопротивлений позволяют по формулам (14) определить искомые внутренние сопротивления фаз источника. Такой путь поиска в некоторых случаях может приводить к получению нескольких экстремумов, очень незначительно отличающихся по величине. Поэтому необходимо применять приборы с максимально высоким классом точности. Кроме того, при использовании метода двух ваттметров показания приборов могут отличаться во много раз, что часто приводит к необходимости переключения поддиапазонов и, соответственно, не позволяет получить данные с одинаковой точностью. Поэтому необходимо использовать метод трех ваттметров, когда даже при некоторой (реальной) несимметрии ветвей источника показания приборов близки друг к другу.

Покажем пример нахождения внутренних сопротивлений источника переменного тока с помощью модели системы, созданной в среде MULTISIM (рис. 5), с предварительно «скрытыми» параметрами источника. 1. При резонансе напряжения ток в ветви цепи достигает максимального значения, поэтому для его ограничения включим сопротивления  $R_{1\text{lim}} = R_{2\text{lim}} = R_{3\text{lim}} = 10 \Omega$ .

2. Будем добиваться резонанса напряжения по очереди в фазе А, потом в фазе В и в фазе С. Так как  $C_1 = C_2 = C_3 = 67,6 \mu F$ , то

$$X_{C_1, C_2, C_3} = \frac{10^6}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 67,6} = 47,11 \Omega.$$

Условия возникновения резонанса напряжения:  $X_C = X_L = 47,11 \Omega$ , что соответствует значению индуктивности

$L_A = L_B = L_C = 150$  мН. Подобрал значение индуктивностей в каждой фазе нагрузки, полу-

чаем: для фазы А –  $L_1 = 70$  мН; ; для фаз В и С –  $L_2 = L_3 = 80$  мН.

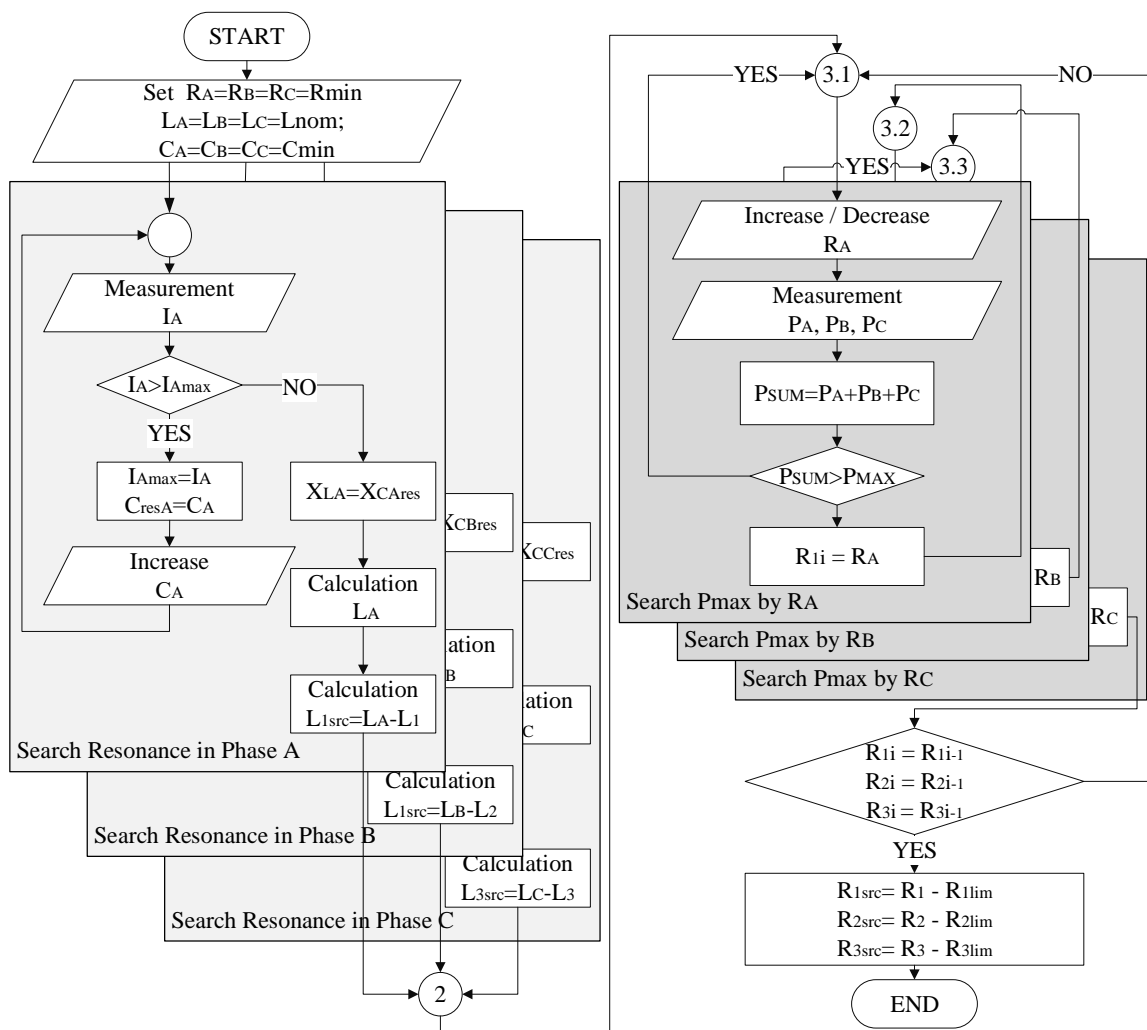


Рис. 4. Алгоритм процедуры определения внутренних сопротивлений источника.<sup>4</sup>

При подборе значений индуктивности учитывалось, что индуктивность каждой фазы состоит из неизвестной индуктивности источника и подобранной индуктивности нагрузки. Поэтому получаем:

$$L_{1src} = L_A - L_1 = 150 - 70 = 80 \text{ мН,}$$

$$L_{2src} = L_B - L_2 = 150 - 80 = 70 \text{ мН,}$$

$$L_{3src} = L_C - L_3 = 150 - 80 = 70 \text{ мН.}$$

3. Далее, используя метод простых итераций, будем подбирать значения сопротивлений  $R_1, R_2, R_3$  такими, чтобы получить

$$L_{1src} = 80 \text{ мН,}$$

$$L_{2src} = 70 \text{ мН,}$$

$$L_{3src} = 70 \text{ мН.}$$

наибольшее суммарное значение мощности трех ваттметров.

В табл. 1 приведены результаты подбора значений активных сопротивлений для создания согласованного режима работы источника.

По результатам подбора  $R_1, R_2, R_3$  получим:

$$R_{1src} = R_1 - R_{1lim} = 13 - 10 = 3 \Omega,$$

$$R_{2src} = R_2 - R_{2lim} = 12 - 10 = 2 \Omega,$$

$$R_{3src} = R_3 - R_{3lim} = 12 - 10 = 2 \Omega.$$

«Открыв» скрытые параметры источника, убеждаемся в том, что полученные данные совпадают с установленными

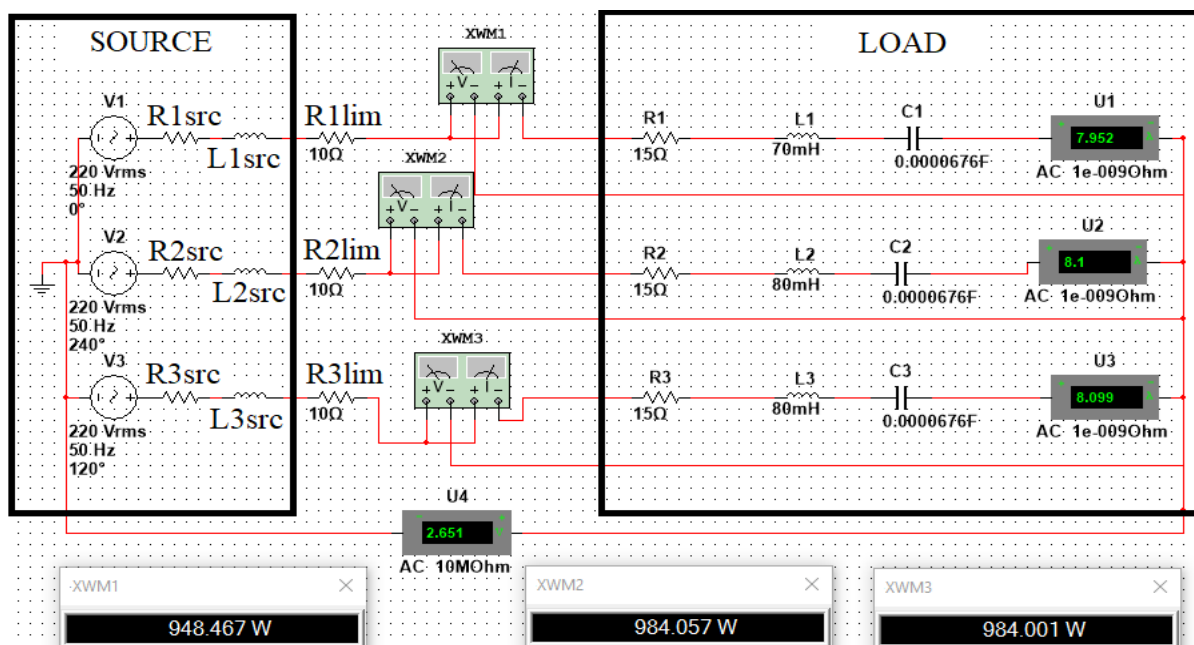


Рис. 5. Модель в MULTISIM для определения мощности методом трех ваттметров.<sup>5</sup>

Таблица 1.<sup>6</sup>

Результаты поиска максимальной суммарной мощности.<sup>7</sup>

1-я итерация First iteration														
Подбор резистора $R_A$ Resistor selection $R_A$					Подбор резистора $R_B$ Resistor selection $R_B$					Подбор резистора $R_C$ Resistor selection $R_C$				
$R_A$ , $\Omega$	$P_1$ , W	$P_2$ , W	$P_3$ , W	$\Sigma P$ , W	$R_B$ , $\Omega$	$P_1$ , W	$P_2$ , W	$P_3$ , W	$\Sigma P$ , W	$R_C$ , $\Omega$	$P_1$ , W	$P_2$ , W	$P_3$ , W	$\Sigma P$ , W
15	948.46	984.05	984.00	2916.52	15	848.61	1039	1039	2926.61	15	888.38	969.68	1077	2935.06
14	929.49	995.88	995.08	2921.25	14	864.42	1020	1050	2930.44	14	898.79	981.11	1059	2938.91
13	907.35	1009	1009	2925.35	13	873.16	998.37	1062	2933.53	13	910.07	993.48	1037	2940.56
12	881.63	1022	1022	2925.63	12	886.94	972.51	1075	2934.45	12	922.30	1007	1011	2940.30
11	851.83	1037	1037	2925.83	11	901.87	942.14	1090	2934.01	12.1	921.03	1006	1014	2941.03
10	817.41	1053	1054	2924.41	11.5	894.25	957.92	1082	2934.18	12.2	919.77	1004	1017	2940.73
10.5	835.24	1045	1045	2925.24	11.9	888.38	969.68	1077	2935.06					
10.9	848.61	1039	1039	2926.61	11.8	889.83	966.81	1078	2934.64					
10.8	845.34	1040	1041	2926.34										
2-я итерация Second iteration														
10.9	921.03	1006	1014	2941.03	11.9	980.42	978.22	986.71	2945.37	12.1	979.11	981.05	985.20	2945.37
11.4	937.0	998.59	1007	2942.59	12	979.11	981.05	985.21	2945.38	12	980.40	982.57	982.42	2945.39
12	954.58	990.04	999.09	2944.32	12.1	977.82	983.83	983.70	2945.36	11.9	981.69	984.08	979.60	2945.37
12.8	975.58	980.63	989.11	2945.33										
13	980.42	978.23	986.72	2945.37										
13.1	982.77	977.04	985.53	2945.36										

Аналогичные результаты получены и в среде Matlab Simulink (SimPowerSystem), где настройки осуществляются с помощью блоков переменных резисторов, конденсаторов, индуктивностей и блоков задания их величины, управляемых, например, экстремальными регуляторами.

Так, например, на рис.6 показана модель для поиска максимума активной мощности

для цепей с уже настроенным резонансом. Сопротивления нагрузок изменяются с помощью генератора линейно возрастающего сигнала Ramp с темпом  $1\Omega/s$  и дополнительного блока, сравнивающего попарно мощности в каждой ветви и формирующего дополнительное приращение темпа изменения сопротивления так, чтобы мощности достигли максимума примерно в одно и тоже

время. Источником может быть  $n$ -фазный многополюсник как переменного, так и постоянного тока.

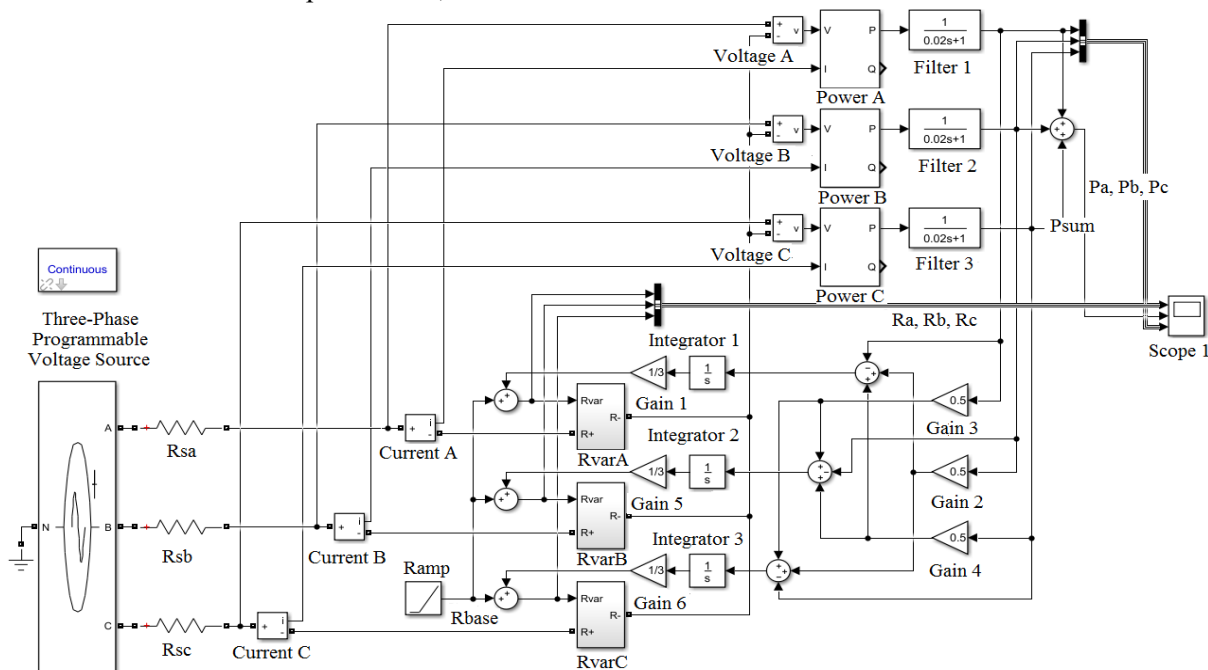


Рис. 6. Модель трехфазного несимметричного источника с автоматизированным поиском максимальной мощности.<sup>8</sup>

Результат работы модели приведен на рис. 7. Для заданных параметров источника  $R_{1src} = 11.8 \Omega$ ,  $R_{2src} = 12.0 \Omega$ ,  $R_{3src} = 12.6 \Omega$ ,  $E = 220 V$  получена максимальная мощность  $2993 W$ , что соответствует ожидаемому расчетному значению, однако искомые значения сопротивлений определены с погрешностью  $\pm 0.05 \Omega$  из-за необходимости использования фильтров с постоянной времени  $0.02 s$ .

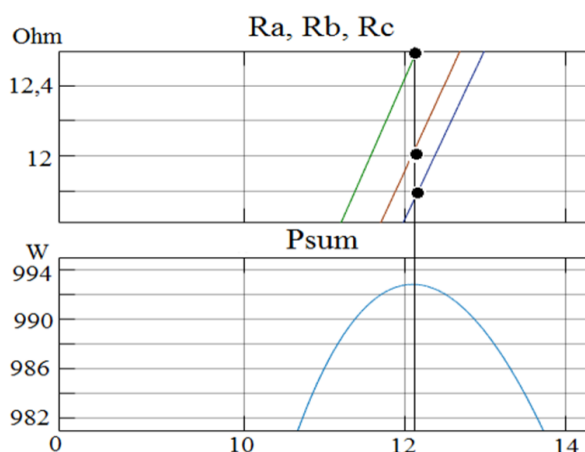


Рис. 7. Графики изменения величин сопротивлений и мощности в модели трехфазного несимметричного источника.<sup>9</sup>

Дальнейшая доработка модели может быть направлена на применение экстремаль-

ных регуляторов, обеспечивающих поиск реактивных составляющих сопротивлений для обеспечения резонанса, а затем и активных составляющих для достижения максимума мощности. Такие регуляторы сделают модель инвариантной к степени несимметрии источника.

Таким образом, предложенный способ поиска внутренних сопротивлений источника протестирован с помощью виртуальных моделей в различных программных пакетах, что подтверждает возможность его использования и для некоторых классов реальных систем питания с учетом допустимых токов, мощности.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В работе решена задача получения максимальной мощности в многофазной нагрузке при соединении фаз источника и нагрузки звездой. Решение найдено методом суперпозиции и аналитического поиска экстремума для активного трехполюсника постоянного тока. Доказано, что необходимым условием получения максимальной мощности в нагрузке от такого трехполюсника является равенство активных сопротивлений источника и нагрузки в каждой ветви, так как только в этом случае уравнения в частных производных, на основании которых найден экстремум, становятся



тождественно равными нулю независимо от электродвижущей силы источника. Далее показано, что в комплексной форме уравнения, описывающие многофазную сеть переменного тока, записываются аналогично цепям постоянного тока. Исходя из свойств комплексных чисел и принципа аналогии, становится возможным сформулировать условия достижения экстремума мощности и для  $n$ -фазного источника переменного тока – должны быть эквивалентны как активные сопротивления, так и абсолютные значения реактивных сопротивлений в каждой фазе. Для получения максимальной мощности полное сопротивление источника должно быть комплексно сопряженным с полным сопротивлением источника.

2. На основании полученного результата предложен способ экспериментального определения внутренних сопротивлений как трехфазного, так и  $n$ -фазного источника электрической энергии, основанный на подборе комплексно сопряженных сопротивлений нагрузки и источника. Процедура заключается в обеспечении резонанса напряжений в каждой фазе многополюсника путем подбора индуктивностей и емкостей для цепей переменного тока, а затем, независимо от рода тока, итерационного поиска активных сопротивлений нагрузки поочередно в каждой фазе для получения максимальной суммарной мощности. Учитывая, что поиск резонанса и согласованного режима работы может приводить к перегрузкам по току, даны рекомендации для защиты сетей в случае малого внутреннего сопротивления источника.

3. Тестирование предложенного способа проведено на виртуальных моделях трехфазных систем в программных пакетах MATLAB Simulink SimPowerSystem и MULTISIM. Модель в MATLAB также иллюстрирует возможности автоматизированного поиска решения задачи и может быть дополнена реактивными элементами и экстремальными регуляторами, которые позволят в автоматическом режиме найти все составляющие комплексных сопротивлений нагрузки.

#### APPENDIX 1 (ПРИЛОЖЕНИЕ 1)

<sup>1</sup>Fig. 1. Circuit diagram of the three-pole DC.

<sup>2</sup>Fig. 2. Circuit diagram of the three-pole AC.

<sup>3</sup>Fig. 3. Circuit diagram for determining the internal resistances of a three-phase three-wire source.

<sup>4</sup>Fig. 4. Block diagram for determining the internal resistance of the source.

<sup>5</sup>Fig. 5. Model in MULTISIM for the determination of power by the method of three wattmeters..

<sup>6,7</sup>Table 1. Results of determining internal resistance and maximum of power.

<sup>8</sup>Fig. 6. Model of a three-phase unbalanced source with automated maximum power search.

<sup>9</sup>Fig. 7. Time response of values of resistances and total power in the model of three-phase source.

#### Литература (References)

- [1] C. K. Alexander & M. N. Sadiku, Fundamentals of Electric Circuits, New York: McGraw-Hill, 2004.
- [2] L. S. Bobrow, Elementary Linear Circuit Analysis, New York: Holt, Rinehart, and Winston, 1981.
- [3] R. L. Boylestad, Introductory Circuit Analysis, New York: Macmillan, 1994.
- [4] A. B. Carson. Circuits: Engineering Concepts and Analysis of Linear Electric Circuits, Stamford, CT: Brooks Cole, 2000.
- [5] Novgorodtsev A. B. Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. Uchebnoe posobie. [Theoretical bases of Electrotecnics]. St.Peterburg, Piter, 2006. 76 p. (In Russian).
- [6] Paul, D. K. and Gardner, P., “Maximum Power Transfer Theorem: A Simplified Approach,” *Int. J. Elect. Enging. Educ.*, vol. 35, 1998, pp. 271-273.
- [7] Boylestad, R. L., Introductory Circuit Analysis, 11th edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2007.
- [8] Nilsson, J. W. and Riedel, S., Electric Circuits, 8th edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2008.
- [9] Herniter, M. E., Schematic Capture with Cadence PSpice, 2nd edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2003.
- [10] Robbins, A. H. and Miller, W. C., Circuit Analysis (Theory and Practice), 3rd edition, Thompson Delmar Learning, 2004.
- [11] Johnson, D. E., Hilburn, J. L., Johnson, J. R. and Scott, P. D., Basic Electric Circuit Analysis, 5th edition, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 1995.
- [12] A. H. Robins & W. C. Miller, Circuit Analysis: Theory and Practice, Third Edition, Clifton park, NY: Thomson Delmar Learning, 2004
- [13] Robert L Damper, Can dependent sources be suppressed in electrical circuit theory?, *Int J. Electronics*, vol. 1, no 10, July 2010
- [14] Tejmal S Rathore and G A Shah, “Matrix approach: Better than applying Miller’s equivalents”, *IETE J Education*, vol. 51, no. 2&3, pp. 85-90, May-December 2010
- [15] T. S. Rathore, Jayasudha Koti, Sunita R. Sharma Analysis of Electrical Circuits with Controlled Sources through the Principle of Superposition.

*International Journal of Engineering and Technology (IJET)*, Vol. 4 No. 3 Jun-Jul 2012, pp. 109-118.

- [16] Koroshchenko O. V., Rak O. M., Glazeva O. V. Metod jpredeleniya soprotivleniy istochnika dlja peredachi maksimal'noj moshchnosti v trjokhfaznoj seti [Method for determining the internal resistances of the source for transmitting the maximum power from the active three-poles network]. *Electrotechnical and computer systems*, 2017, Vol. 25(101), pp.240-244. (In Russian).
- [17] A. Muciek, F. Cabiati. Analysis of a three-voltmeter measurement method designed for low-frequency impedance comparisons, *Metrology and Measurement Systems*, Vol. 13, 2006, pp. 19-33.
- [18] T. L. Callegaro, G. Galzerano, C. Svelto, Precision impedance measurements by the three-voltage method with a novel highstability multiphase DDS generator, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. Vol. 52, n 4, Aug. 2003, pp.1195-1199.
- [19] A. Muciek, F. Cabiati, Analysis of a three-voltmeter measurement method designed for low-frequency impedance comparisons, *Metrology and Measurements Systems*, vol. 13, 2006, pp.19-33.
- [20] Maevskaya E., Biliaiev V., Leshchenko N., Oginskayja S.N., Topuzanov A., Yarmolovich V. Laboratornyi praktikum po kursu "Spetsialnye metody i sredstva elektricheskikh izmereniy v kontekste ERASMUS+ proekta ALIOT [Laboratory practicum for course "Special methods and tools of electrical measurements tools and devices in the context of the ERASMUS+ project ALIOT]. *Electrotechnical and computer systems*, 2018, Vol. 27(103), pp.273-279. (In Russian).
- [21] T. S. Rathore. One-circuit and one-step evaluation of the Thevenin equivalent circuit, *IETE J Education*, vol. 48, pp. 9-12, JanMarch, 2007.
- [22] Kenneth, V. Cartwright., Non-Calculus Derivation of the Maximum Power Transfer Theorem. *The Technology Interface*, Spring 2008, pp. 1-19.
- [23] B. Andò, S. Baglio, and V. Marketta. Volt-Ammeter Method introducing Principles and developing Technologies to undergraduates, *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Education and Educational Technology*, 2009, pp.93-97.
- [24] F. P. Baumgartner, R. Heule, M. Peter. Web-Based Laboratory Training on Electrical Measurement Systems, *Proc. of XVII IMEKO World Congress 2003*, Dubrovnik, 2003.

#### Сведения об авторах.



**Бушер Виктор Владимирович**, доктор технических наук, профессор кафедры Электромеханических систем с компьютерным управлением Одесского национального политехнического университета.

E-mail:

[victor.v.bousher@gmail.com](mailto:victor.v.bousher@gmail.com)



**Глазева Оксана Владимировна**, кандидат технических наук, доцент кафедры судовой электромеханики и электротехники Одесского национального университета «Национальная морская академия».

E-mail:

[o.glazeva@gmail.com](mailto:o.glazeva@gmail.com)