

Automatic Control System for Shell and Coil Heat Exchanger with Variable Heat Exchange Surface Area

¹Sit M.L., ¹Juravleov A.A., ²Patsiuk V.I., ¹Timchenko D.V.

¹Institute of Power Engineering of Moldova, Kishinau, Republic of Moldova

²Moldovan State University, Kishinau, Republic of Moldova

Abstract. The work is devoted to the temperature control system at the outlet of a shell and coil heat exchanger with a variable heat exchange area, subjected to a change in the surface area by changing the level of the heated coolant in the heat exchanger. The aim of the study is to develop a model for the process of changing the heat exchange surface area and a temperature control system at the outlet of such a heat exchanger when the level of the liquid changes. The set goal is achieved by solving the following problems: development of discretization schemes for a system of differential equations describing the dynamics of the heat exchanger, development of an automatic control system for the temperature at the heat exchanger outlet by changing the heat exchange surface area of the heat exchanger and assessing the possibility of compensating disturbances. The most significant results are: discretization schemes for equations of dynamics of a heat exchanger with a variable heat exchange surface area, the use of which makes it possible to improve the accuracy of modeling and in the substantiation of the structure and choice of parameters of the controller. The paper presents two discretization schemes for differential equations of the dynamics of heat exchanger: a scheme using the method of lines and the method of running counting. It has been established that when using a scheme using two pumps to level control, the dynamics of the object depends on the sign of the derivative of the control signal.

Keywords: heat exchanger, variable heat transfer surface, control system, mathematic model, heat pump.

DOI: <https://doi.org/10.52254/1857-0070.2022.4-56.08>

UDC: 697.34; 621.577.42

Sistem de control automat al schimbătorului de căldură cu carcasă și serpentină cu suprafața variabilă de schimb de căldură

¹Șit M.L., ¹Juravliov A.A., ²Pațiuț V.I., Timcenko D.V.

¹Institutul de Energetică, Chișinău, Republica Moldova

Universitatea de Stat din Moldova, Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. Lucrarea este dedicată cercetării sistemului de control al temperaturii la ieșirea unui schimbător de căldură cu o suprafața variabilă de schimb de căldură, supusă unei schimbări suprafeței prin variația nivelului lichidului încălzit din schimbătorul de căldură. Scopul studiului este de a dezvolta un model pentru procesul de schimb a suprafeței de schimb de căldură și un sistem de control al temperaturii la ieșirea unui astfel de schimbător de căldură atunci când nivelul se modifică. Scopul stabilit este atins prin rezolvarea următoarelor probleme: dezvoltarea schemelor de discretizare pentru un sistem de ecuații diferențiale care descriu dinamica schimbătorului de căldură, dezvoltarea unui sistem de control automat al temperaturii la ieșirea schimbătorului de căldură prin modificarea suprafeței de schimb de căldură al schimbătorului de căldură și evaluarea posibilității de compensare a perturbațiilor. Cele mai semnificative rezultate sunt: scheme de discretizare pentru ecuațiile de dinamică ale unui schimbător de căldură cu o suprafață variabilă de schimb de căldură, a căror utilizare face posibilă îmbunătățirea preciziei modelării. Semnificația rezultatelor obținute constă în fundamentarea structurii și alegerea parametrilor controlerului sistemului de dirijare. Lucrarea prezintă două scheme de discretizare pentru ecuații diferențiale ale dinamicii schimbător: o schemă care utilizează metoda liniilor și metoda numărării rulante. S-a stabilit că atunci când se utilizează o schemă care are două pompe pentru a controla nivelul lichidului în schimbător de căldură, dinamica obiectului depinde de semnul derivatei semnalului de control. Semnificația practică a muncii științifice constă în faptul că rezultatele muncii pot fi utilizate în sistemele de control de proiectare pentru diferite tipuri de schimbătoare de căldură.

Cuvinte-cheie: pompă de căldură, schimbător de căldură, suprafață variabilă a schimbului de căldură, sistem de control, model matematic.

Система автоматического управления кожухозмеевиковым теплообменником с переменной площадью поверхности теплообмена

¹Шит М.Л., ¹Журавлев А.А., ²Пацюк В.И., ¹Тимченко Д.В.

¹Институт энергетики Молдовы, Кишинев, Республика Молдова

²Кишиневский Государственный Университет, Кишинев, Республика Молдова

Аннотация. Работа посвящена системе управления температурой на выходе теплообменника с переменной площадью теплообмена при условии изменения площади поверхности посредством изменения уровня нагреваемого теплоносителя в теплообменнике. Целью исследования является разработка модели процесса изменения площади поверхности теплообмена и системы управления температурой на выходе такого теплообменника при изменении уровня. Поставленная цель достигается посредством решения следующих задач: разработка схем дискретизации системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику теплообменника, разработка САУ температурой на выходе теплообменника посредством изменения площади поверхности теплообмена теплообменника и оценка возможности компенсации возмущений. Наиболее существенными результатами являются: схемы дискретизации уравнений динамики теплообменника с переменной площадью поверхности теплообмена (ТО с ППТО), использование которых позволяет повысить точность моделирования ТО с ППТО. Значимость полученных результатов состоит в обосновании структуры и выбора параметров регулятора ТО с ППТО. В работе приведены две схемы дискретизации дифференциальных уравнений динамики ТО с ППТО: схема с использованием метода прямых и метода бегущего счета. Установлено, что при использовании схемы с использованием двух насосов для регулирования ППТО динамика объекта зависит от знака производной сигнала управления (при положительном знаке производной сигнала управления объект описывается системой уравнений с запаздыванием (величина значения которого пропорциональна амплитуде управляющего воздействия), а при отрицательном знаке производной сигнала управления объект описывается системой уравнений без запаздывания. Установлено, что, несмотря на переменность структуры объекта в зависимости от знака управления, возможно применения для регулирования выходной величины стандартных ПИД-регуляторов. Практическая значимость научной работы заключается в том, что результаты работы могут быть использованы при проектировании систем управления различными типами теплообменных аппаратов.

Ключевые слова: теплообменник, переменная площадь поверхности теплообмена, математическая модель, тепловой насос.

ВВЕДЕНИЕ. В работе рассматривается система управления теплообменником с переменной площадью поверхности теплообмена (САУ ТПП) и динамическая модель такого теплообменника при управлении им посредством изменения площади поверхности теплообмена и расхода жидкости. Схема, предложенная ранее авторами в публикациях данного журнала, позволяет согласовать между собой источники и потребители теплоты с разными температурами, особенно, при использовании тепловых насосов.

Целью исследования является разработка обоснование структуры САУ ТПП, выбор метода цифрового моделирования объекта управления. Поставленная цель достигается посредством решения задач выбора и обоснования метода дискретизации системы дифференциальных уравнений, описывающих ТПП, задачи выбора закона управления ТПП, определения параметров закона управления ТПП. Наиболее существенными результатами являются модели статики и динамики ТО с ППТО, алгоритмы управления ТЧП, которые

позволяют встраивать тепловые насосы на диоксиде углерода в тепловые сети с высоким температурным графиком. Значимость полученных результатов состоит в получении зависимостей между температурным графиком СО и параметрами ТЧП, которые могут быть использованы в практике проектирования СЦТ с ТНУ. Как показал анализ литературы полученные результаты являются новыми, по сравнению с известными. Вопросам дискретизации уравнений динамики теплообменников посвящены работы [1-6]. В данной работе показана возможность применения двух методов дискретизации к решению системы дифференциальных уравнений переноса с нелинейными элементами.

МЕТОДЫ, РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Схема связи теплового насоса с линией обратной сетевой воды или низкопотенциальными источниками теплоты имеет вид (рис.1). Тепловой четырехполюсник, изображенный на рис.1,

включает в себя теплообменник SC, установленный в линии ТОСВ, испаритель теплового насоса EV, два насоса, P1 и P2, промежуточный резервуар VS1.

Роль основного резервуара играет теплообменник SC, уровень в котором регулируется в зависимости от требуемой передаваемой им тепловой мощности.

Расход воды через теплообменник SC изменяется регулирующим вентилем CV. Или синхронно работающими насосами P1 и P2.

Рассмотрим качественную сторону процесса изменения температуры на выходе нагреваемой в теплообменнике среды, например, при скачкообразном снижении уровня жидкости в кожухозмеевиковом (или кожухотрубном) теплообменнике.

Так, например, сразу после скачка вниз уровня воды в теплообменнике на величину $s = L_f - L_{IN}$ на выходе канала нагреваемого теплоносителя появляется недогретая (до требуемого значения) жидкость, которая находилась до скачка на расстоянии, "s" от выхода из теплообменника. Затем, происходит изменение температуры жидкости на выходе уже в теплообменнике с новой площадью поверхности теплообмена длиной L_{IN} .

Значение величины изменения температуры определяется конструктивными параметрами теплообменника, значением величины скачка уровня, а инерционность процесса передаточной функцией теплообменника по каналу " $T_{out} - T_{in}$ " нового укороченного (в данном случае) теплообменника.

При этом на температуру «укороченного» столба жидкости влияет «недоохлажденный» столб греющего теплоносителя.

Красным обозначена горячая вода (в змеевике), синим цветом – холодная. При изменении длины теплообменника (в данном случае – уровня воды) от L_{IN} до L_f происходит «мгновенное» изменение уровня. При этом, считаем, что расход насоса, откачивающего воду снизу, не изменяется, а сверху «мгновенно» добавляется холодная вода с температурой 20°C. При изменении уровня в обратную сторону, когда длина изменяется от 8 м до 6 м, то мгновенно уменьшается расход насоса, подающего воду сверху, и уровень воды снижается.

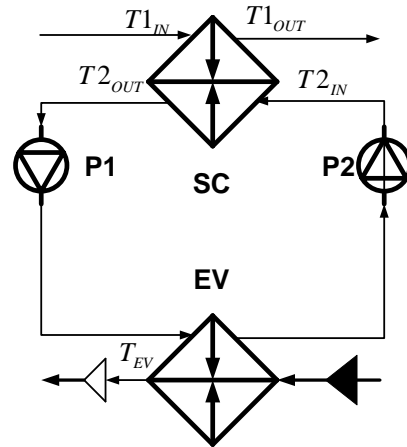
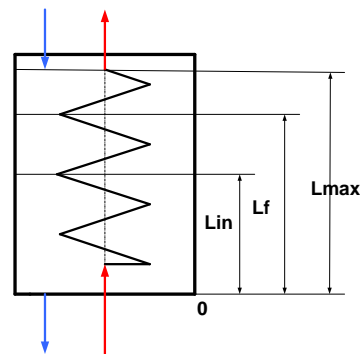


Рис.1. Гидравлическая схема теплового четырехполюсника.¹



L_{IN}, L_f, L_{max} - начальный уровень, конечный уровень, максимальный уровень в теплообменнике (синяя линия – нагреваемая среда, красная линия – греющая среда).

Рис.2. Схема теплообменника.²

При этом «мгновенно» температура нагретой воды на выходе снижается (см. формулу ниже). Делается допущение о значительном росте расхода насоса, откачивающего воду из теплообменника. На выходе трубы холодной воды происходит снижение ее температуры на значение величины температуры, ориентировочно равной

$$dT = \frac{l_{tr1} - l_{tr2}}{l_{max}} \cdot t_{cold}(\tau).$$

Таким образом, теплообменник, как объект управления температурой на выходе (выходная величина) посредством изменения уровня жидкости (управление) в нем описывается двумя разными группами краевых и начальных условий, которые определяется направлением изменения длины теплообменника – в сторону увеличения или в сторону уменьшения длины.

^{1,2} Appendix 1

1. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТЕПЛООБМЕННИКА

Цель данного раздела – исследовать работу САУ температуры холодной воды на выходе теплообменника и площади поверхности теплообменника методом компьютерного моделирования.

Рассмотрим уравнения теплообменника [1,5,6].

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial t} + w_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + B_1(T_1 - T_s) &= 0 \\ \frac{\partial T_2}{\partial t} \pm w_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} + B_2(T_2 - T_s) &= 0 \\ \frac{\partial T_s}{\partial t} + A(T_s - T_1) + B(T_s - T_2) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь через $T_1(x,t), T_2(x,t), T_s(x,t)$ обозначены температуры горячей (нагревающей), холодной (нагреваемой) воды и температура разделяющей стенки, $x \in [0, L], t \in [0, T_{max}]$, L – длина теплообменника; T_{MAX} – максимальное время протекания динамического процесса; w_1, w_2 – скорости горячей и холодной воды. В случае процесса сопотока перед w_2 ставится знак плюс, в случае противотока – минус. Для получения единственного решения к уравнениям (1) следует добавить начальные и граничные условия

$$T_1(x, 0) = T_2(x, 0) = T_s(x, 0) = 0, x \in [0, L] \quad (2)$$

$$T_1(0, t) = t_1^0; T_2(0, t) = t_2^0, t \in [0, T_{MAX}], \quad (3)$$

$$T_1(0, t) = t_1^0; T_2(L, t) = t_2^0, t \in [0, T_{max}] \quad (4)$$

Приведем формулы расчета метода прямых. Суть метода прямых состоит в дискретизации производных по пространственной переменной x , а производные по времени оставим неизменными.

Таким образом мы сведем задачу для дифференциальных уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Для этого на отрезке $[0, L]$ введем сетку с N шагами длиной $h = L/N$ и узлами сетки $x_i = ih, i = 0, 1, 2, \dots, N$ и вместо функций двух переменных введем набор функций одной переменной t .

$$\begin{cases} T_{1,0}(t) = T_1(0, t), T_{1,1}(t) = T_1(x_1, t), \\ T_{1,2}(t) = T_1(x_2, t), \dots, T_{1,N}(t) = T_1(x_N, t), \\ T_{2,0}(t) = T_2(0, t), T_{2,1}(t) = T_2(x_1, t), \\ T_{2,2}(t) = T_2(x_2, t), \dots, T_{2,N}(t) = T_2(x_N, t); \\ T_{s,0}(t) = T_s(0, t), T_{s,1}(t) = T_s(x_1, t), \\ T_{s,2}(t) = T_s(x_2, t), \dots, T_{s,N}(t) = T_s(x_N, t); \end{cases} \quad (5)$$

Далее аппроксимируем в уравнениях (1) производные по x и получаем систему для сопотока

$$\begin{cases} \frac{\partial T_{1,i}}{\partial t} + w_1 \frac{T_{1,i} - T_{1,i-1}}{h} + B_1(T_{1,i} - T_{s,i}) = 0, \\ i = 1, \dots, N; T_{1,0} = t_1^0; \\ \frac{\partial T_{2,i}}{\partial t} + w_2 \frac{T_{2,i} - T_{2,i-1}}{h} + B_2(T_{2,i} - T_{s,i}) = 0, \\ i = 1, \dots, N; T_{2,0} = t_2^0; \\ \frac{\partial T_{s,i}}{\partial t} + A(T_{s,i} - T_{1,i}) + B(T_{s,i} - T_{2,i}) = 0, \\ i = 0, 1, \dots, N. \end{cases} \quad (6)$$

и для противотока

$$\begin{cases} \frac{\partial T_{1,i}}{\partial t} + w_1 \frac{T_{1,i} - T_{1,i-1}}{h} + B_1(T_{1,i} - T_{s,i}) = 0, \\ i = 1, \dots, N; T_{1,0} = t_1^0; \\ \frac{\partial T_{2,i}}{\partial t} - w_2 \frac{T_{2,i} - T_{2,i-1}}{h} + B_2(T_{2,i} - T_{s,i}) = 0, \\ i = 1, \dots, N; T_{2,0} = t_2^0; \\ \frac{\partial T_{s,i}}{\partial t} + A(T_{s,i} - T_{1,i}) + B(T_{s,i} - T_{2,i}) = 0, \\ i = 0, 1, \dots, N. \end{cases} \quad (7)$$

Если ввести векторы неизвестных \bar{W}_s размерности $(3N + 1)$ для сопотока

$$\bar{W}_s = \begin{pmatrix} T_{1,1}, T_{1,2}, T_{1,3}, \dots, T_{1,N}, T_{2,1}, T_{2,2}, \dots \\ T_{2,3}, \dots, T_{2,N}, T_{s,0}, T_{s,1}, T_{s,2}, \dots, T_{s,N} \end{pmatrix}^t \quad (8)$$

и \bar{W}_p для противотока.

$$\bar{W}_p = \begin{pmatrix} T_{1,1}, T_{1,2}, T_{1,3}, \dots, T_{1,N}, T_{2,0}, T_{2,1}, T_{2,2}, \dots \\ T_{2,(N-1)}, T_{s,0}, T_{s,1}, T_{s,2}, \dots, T_{s,N} \end{pmatrix}^t \quad (9)$$

то системы (6) и (7) можно представить в матрично-векторном виде

$$\frac{d\bar{W}_s}{dt} = \mathcal{A}_s \bar{W}_s + \bar{F}_s \quad (10)$$

или

$$\frac{d\bar{W}_p}{dt} = \mathcal{A}_p \bar{W}_p + \bar{F}_p \quad (11)$$

Здесь \mathcal{A}_s и \mathcal{A}_p – матрицы и \bar{F}_s , \bar{F}_p , – векторы правых частей.

У вектора \bar{F}_p все компоненты кроме четырех равны нулю, а ненулевые имеют следующие значения:

$$F_{(p,1)} = w_1 / ht_1^0, \quad F_{p,2N} = \frac{w_2}{h} t_2^0, \quad F_{p,(2N+1)} = At_1^0,$$

$$F_{(p,(3N+1))} = Bt_2^0 \dots$$

$$\mathcal{A}_s = \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{s,11} & \mathcal{A}_{s,12} & \mathcal{A}_{s,13} \\ \mathcal{A}_{s,21} & \mathcal{A}_{s,22} & \mathcal{A}_{s,23} \\ \mathcal{A}_{s,31} & \mathcal{A}_{s,32} & \mathcal{A}_{s,33} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathcal{A}_{s,11} = \begin{pmatrix} \frac{w_1}{h} + B_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{w_1}{h} & \frac{w_1}{h} + B_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{w_1}{h} & \frac{w_1}{h} + B_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{w_1}{h} & \frac{w_1}{h} + B_1 \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$\mathcal{A}_{s,12} = 0, \quad \mathcal{A}_{s,13} = \begin{pmatrix} 0 & -B_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -B_1 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\mathcal{A}_{s,21} = 0, \quad \mathcal{A}_{s,23} = \begin{pmatrix} 0 & -B_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -B_2 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$\mathcal{A}_{s,22} = \begin{pmatrix} \frac{w_2}{h} + B_2 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{w_2}{h} & \frac{w_2}{h} + B_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{w_2}{h} & \frac{w_2}{h} + B_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{w_2}{h} & \frac{w_2}{h} + B_2 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$$\mathcal{A}_{s,31} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -A & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -A \end{pmatrix}, \quad \mathcal{A}_{s,32} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -B & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -B \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$\mathcal{A}_{s,33} = \begin{pmatrix} A+B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A+B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A+B & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A+B \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Здесь $\mathcal{A}_{s,11}, \mathcal{A}_{s,12}, \dots, \mathcal{A}_{s,33}$ являются подматрицами матрицы \mathcal{A}_s , квадратной или прямоугольной формы, со следующими размерностями

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{s,11} &= (\cdot)_{N,N}, \mathcal{A}_{s,12} = (\cdot)_{N,N}, \mathcal{A}_{s,13} = (\cdot)_{N,N+1}, \\ \mathcal{A}_{s,21} &= (\cdot)_{N,N}, \mathcal{A}_{s,22} = (\cdot)_{N,N}, \mathcal{A}_{s,23} = (\cdot)_{N,N+1}, \\ \mathcal{A}_{s,31} &= (\cdot)_{N,N}, \mathcal{A}_{s,32} = (\cdot)_{N,N}, \mathcal{A}_{s,33} = (\cdot)_{N+1,N+1}, \end{aligned}$$

Для противотока матрица \mathcal{A}_p и вектор \bar{F}_p имеют вид:

$$\mathcal{A}_p = \begin{pmatrix} \mathcal{A}_{p,11} & \mathcal{A}_{p,12} & \mathcal{A}_{p,13} \\ \mathcal{A}_{p,21} & \mathcal{A}_{p,22} & \mathcal{A}_{p,23} \\ \mathcal{A}_{p,31} & \mathcal{A}_{p,32} & \mathcal{A}_{p,33} \end{pmatrix}, \quad (20)$$

У вектора \bar{F}_s все компоненты кроме трех равны нулю, а ненулевые имеют следующие значения

$$F_{s,1} = \frac{w_1}{h} t_1^0, F_{s,(N+1)} = \frac{w_2}{h} t_2^0, F_{s,(2N+1)} = At_1^0 + Bt_2^0. \quad (19)$$

$$\mathcal{A}_{p,11} = \begin{pmatrix} \frac{w_1}{h} + B_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{w_1}{h} & \frac{w_1}{h} + B_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{w_1}{h} & \frac{w_1}{h} + B_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{w_1}{h} & \frac{w_1}{h} + B_1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

$$\mathcal{A}_{p,12} = 0, \mathcal{A}_{p,13} = \begin{pmatrix} 0 & -B_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -B_1 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\mathcal{A}_{p,21} = 0, \mathcal{A}_{p,23} = \begin{pmatrix} 0 & -B_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B_2 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -B_2 \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$A_{p,22} = \begin{pmatrix} \frac{w_2}{h} + B_2 & -\frac{w_2}{h} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{w_2}{h} + B_2 & -\frac{w_2}{h} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{w_2}{h} + B_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{w_2}{h} + B_2 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$A_{p,31} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -A & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -A \end{pmatrix}, A_{p,32} = \begin{pmatrix} -B & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -B & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -B & 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$$A_{p,33} = \begin{pmatrix} A+B & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A+B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A+B & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A+B \end{pmatrix}. \quad (26)$$

Теперь приведем расчетные формулы метода бегущего счета для решения задачи (1), (2), (3) или (1), (2), (4). Для этого на отрезке $[0, L]$ введем сетку с N шагами длиной $h = L/N$ и узлами пространственной сетки $x_i = ih, i = 0, 1, 2, \dots, N$, а на отрезке $[0, T_{\max}]$ введем сетку с M шагами длиной $\tau = T_{\max}/M$ и узлами временной сетки $t_n = n\tau, n = 0, 1, 2, \dots, M$ и вместо функций двух переменных введем набор дискретных функций

$$T_{(1,i)}^n = T_1(x_i, t_n), T_{(2,i)}^n = T_2(x_i, t_n), T_{(s,i)}^n = T_s(x_i, t_n). \quad (27)$$

Далее аппроксимируем в уравнениях (1) производные по x и по t получаем систему для сопотока

$$\begin{cases} \frac{T_{1,i}^{n+1} - T_{1,i}^n}{\tau} + w_1 \frac{T_{1,i}^{n+1} - T_{1,i-1}^{n+1}}{h} + B_1(T_{1,i}^{n+1} - T_{s,i}^{n+1}) = 0; \\ i = 1, \dots, N; T_{1,0} = t_1^0; \\ \frac{T_{2,i}^{n+1} - T_{2,i}^n}{\tau} + w_2 \frac{T_{2,i}^{n+1} - T_{2,i-1}^{n+1}}{h} + B_2(T_{2,i}^{n+1} - T_{s,i}^{n+1}) = 0; \\ i = 1, \dots, N; T_{2,0} = t_2^0 \\ \frac{T_{s,i}^{n+1} - T_{s,i}^n}{\tau} + A \frac{T_{s,i}^{n+1} - T_{1,i-1}^{n+1}}{h} + B(T_{s,i}^{n+1} - T_{2,i}^{n+1}) = 0; \\ i = 1, \dots, N; \end{cases} \quad (28)$$

и для противопотока:

$$\begin{cases} \frac{T_{1,i}^{n+1} - T_{1,i}^n}{\tau} + w_1 \frac{T_{1,i}^{n+1} - T_{1,i+1}^{n+1}}{h} + B_1(T_{1,i}^{n+1} - T_{s,i}^{n+1}) = 0; \\ i = 1, \dots, N; T_{1,N} = t_1^0; \\ \frac{T_{2,i}^{n+1} - T_{2,i}^n}{\tau} - w_1 \frac{T_{2,i}^{n+1} - T_{2,i+1}^{n+1}}{h} + B_2(T_{2,i}^{n+1} - T_{s,i}^{n+1}) = 0; \\ i = 1, \dots, N; T_{2,N} = t_2^0 \\ \frac{T_{s,i}^{n+1} - T_{s,i}^n}{\tau} + A \frac{T_{s,i}^{n+1} - T_{1,i+1}^{n+1}}{h} + B(T_{s,i}^{n+1} - T_{2,i}^{n+1}) = 0; \\ i = 1, \dots, N; \end{cases} \quad (29)$$

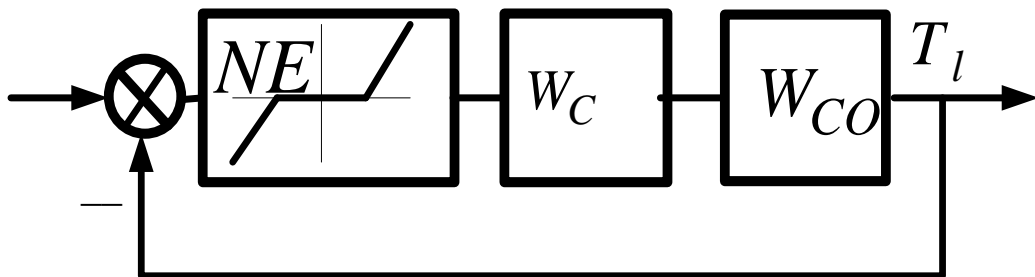
Отметим, что в работе [2] построены сеточные уравнения для системы (1) с использованием шаблона «прямоугольник». Получена система уравнений. Для получения решения на каждом шаге приходится обращаться матрицу, что приводит к большому количеству арифметических операций. В схеме «бегущего счета», предложенной авторами, решение находится в явном виде, что приводит к минимизации количества необходимых арифметических операций.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОВЫМ ЧЕТЫРЕХПОЛУСНИКОМ

На основании рассуждений, сделанных ранее в этой работе, модель процесса регулирования температуры состоит из двух последовательно соединенных блоков: блока регулятора и блока дискретизации уравнений динамики.

При исследовании влияния случайных колебаний уровня колебания температуры на выходе теплообменника установлено, что колебания уровня жидкости в пределах 1% вызывают колебания темпе-

ратуры в пределах 0.3°C, что свидетельствует о рациональном выборе как конструкции теплообменника, так и регулятора. На рис.4,5: красная линия температура на входе первичного контура теплообменника, желтая линия – температура разделяющей стенки, синяя линия – температура на выходе вторичного контура теплообменника, зеленая линия – значение температуры сигнала рассогласования.



W_c – регулятор, W_{co} – дискретная модель объекта управления, NE- нелинейное звено типа «зона нечувствительности». Дискретная модель объекта управления описывается или уравнениями (6)...(27) или (28)...(29).

Рис.3. Схема САУ температурой на выходе теплообменника³

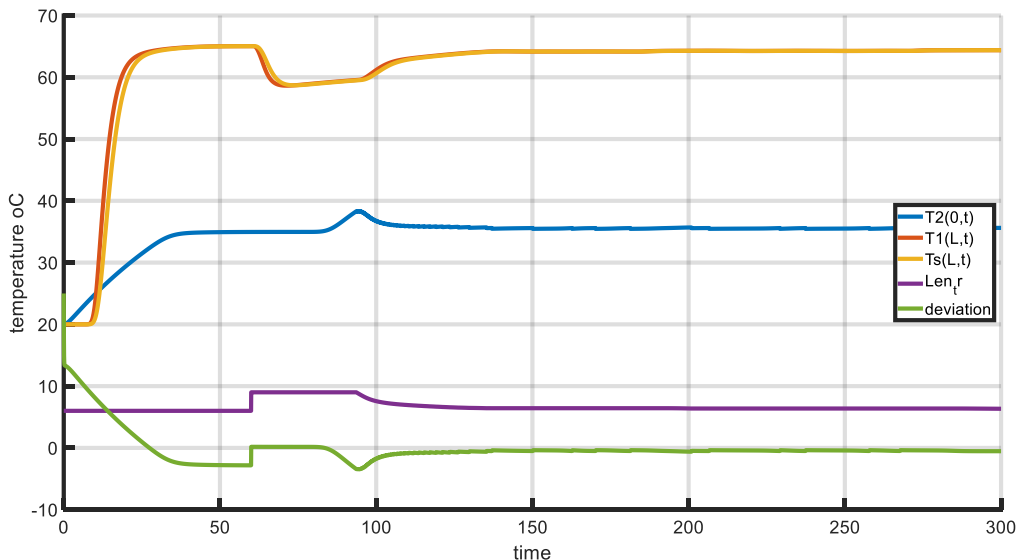


Рис.4.Переходные процессы при изменении длины теплообменника (фиолетовая линия).⁴

⁴Appendix 1

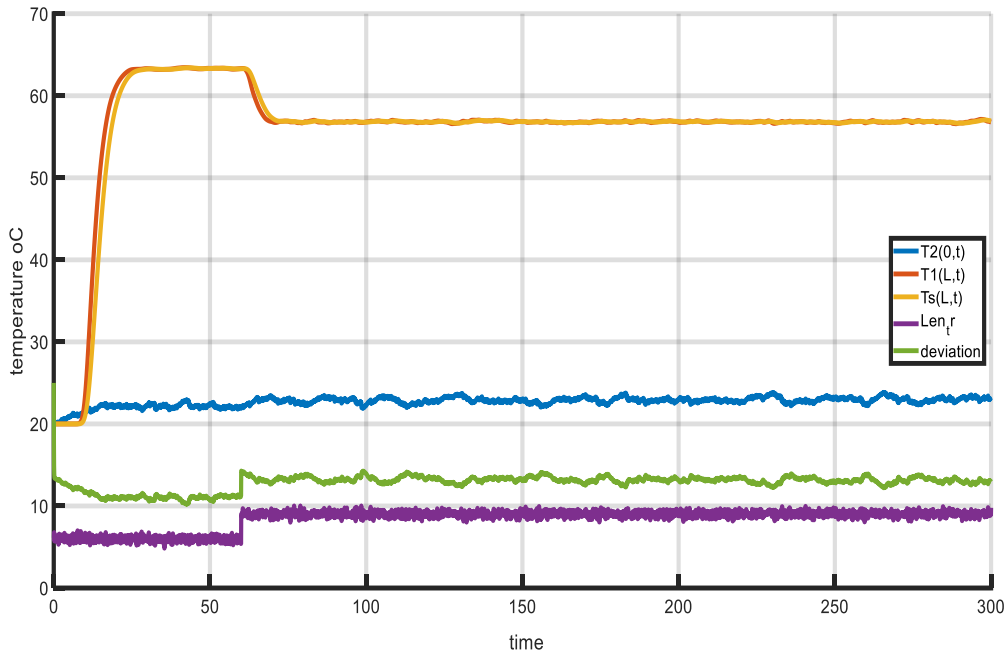


Рис.5. Переходные процессы при изменении длины теплообменника (фиолетовая линия) при добавлении случайного сигнала длины теплообменника.⁵

При разработке системы управления были проанализированы работы [8-37] и применен ПИД-регулятор с предвключенным блоком зоны нечувствительности сигнала рассогласования системы (NE).

Из вида графиков на рис.5 и 6 следует, что система обрабатывает как скачкообразные, задания по температуре нагреваемой воды, так и случайные возмущения по уровню воды, появляющиеся при подаче жидкости в теплообменник.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Установлено, что метод прямых и метод бегущего счета дают практически одинаковые результаты при моделировании дифференциальных уравнений теплообменника, как объекта управления температурой на выходе посредством изменения площади поверхности теплообмена.
2. Теплообменник, в котором площадь поверхности теплообмена управляется двумя насосами имеет динамику, зависящую от знака производной изменения площади теплообмена, причем, при уменьшении площади теплообмена, в управлении появляется запаздывание.
3. ПИ (ПИД) регулятор обеспечивает

хорошее качество управления при случайных воздействиях по уровню воды в теплообменнике.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1 (APPENDIX 1)

¹**Fig. 1.** Hydraulic scheme of the thermal four-pole.

²**Fig. 2.** L_{IN}, L_f, L_{max} - initial level, final level, maximum level in the heat exchanger (blue line - heated medium, red line - heating medium) **Heat exchanger scheme.**

³**Fig.3.** Scheme of ACS with temperature at the outlet of the heat exchanger. W_c - controller, W_{CO} – discrete model of the control object, NE- non-linear bloc of the "dead zone" type. The discrete model of the control object is described either by equations (6)...(27) or (28)...(29).

⁴**Fig.4.** Transient processes when changing the length of the heat exchanger (purple line).

⁵**Fig.5.** Transients when changing the length of the heat exchanger (purple line) by adding a random heat exchanger length signal.

ЛИТЕРАТУРА (REFERENCES)

[1] Shevelev A.A., Tarasenko A.N. Dinamicheskie karakteristiki rekuperativnogo protivotochnogo teploobmennogo apparata [Dynamical characteristics of recuperative countercurrent heat exchanger apparatus]. Visnyk NTU "HPI" - Bulletin of the Kharkiv National Technical University], Series XIII, 2012, - №47 (953). – pp. 245-249. (in Russian).

⁵ Appendix 1

- [2] Dinamika teploobmennikov s raspredelennimi parametrami. [Dynamics of heat exchangers with distributed parameters]. http://www.moskau-koeln.de/Book2_www/Kapitel_4.pdf (accessed 07.11.2022) (in Russian).
- [3] Prokhorenkov A.M. Modelirovanie protsessov teploobmena, protekaiuschih plastinchatyh teploobmennih apparatah. [Modeling of heat exchange processes in lamellar heat exchange devices]. Vestnik MGTU [Bulletin of MSTU], V. 17, № 1, 2014. pp. 92-101 (in Russian).
- [4] Yin J, Jensen M. K., Analytic model for transient heat exchanger response, International Journal of Heat and Mass Transfer 46 (17) (2003) 3255 - 3264 (2003). doi:10.1016/S0017-9310(03)00118-2 (accessed 08.11.2022).
- [5] Laszczyk P., Simplified modeling of liquid-liquid heat exchangers for use in control systems, Applied Thermal Engineering 119 (2017) 140 - 155(2017)(in Russian), doi:10.1016/j.applthermaleng.2017.03.033.
- [6] Shah R.K., Sekulic D.P., Fundamentals of Heat Exchanger Design, John Wiley & Sons, 2003 (2003). doi:10.1002/9780470172605.
- [7] Lavrov N.A. Mnogourovnevaia Sistema modelirovania nestatsionarnih I meniauschihsia rejimov raboti nizkotemperaturnih ustanovok. [Multilevel system of modeling nonstationary and variable operating modes of low-temperature installations]. Moscow, 2013. Doctor thesis. https://www.google.com/url?sa=t&rcet=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKewjh9rD26p7fAhXH2KQKHeTPDfEQFjACegOIA-BAC&url=http%3A%2F%2Fwww.bmstu.ru%2Fps%2F~lavrov%2Ffileman%2Fdownload%2F%25D0%259B%25D0%25B0%25D0%25B2%25D1%2580%25D0%25BE%25D0%25B2-%25D0%25B4%25D0%25B8%25D1%2581%25D1%2581.pdf&usg=AOvVaw0RUNk_0AuFo6c_2en0a7Lg0 (accessed 5.12.2020).
- [8] Malinowski L., Bielski S., An analytical method for calculation of transient temperature field in the counter-flow heat exchangers, International Communications In Heat And Mass Transfer 31 (5) (2004) pp. 683-691.
- [9] Liskovets O.A. Metod priamyh [Method of straight lines]. Differentsialnie uravenia [Differential equations], 1965, v1, N.12, pp.1662-1678.
- [10] Gupta, S., Gupta, R., & Padhee, S. (2018). Parametric system identification and robust controller design for liquid-liquid heat exchanger system. IET Control Theory & Applications, 12(10), 1474-1482. doi:10.1049/iet-cta.2017.1128 10.1049/iet-cta.2017.1128
- [11] Derevich E.G., Smirnova E.G. Calculating the Parameters of Heat Transfer between Countercurrent Flows with Variable Thermophysical Properties. Theoretical Foundations of Chemical Engineering, Vol. 36, No. 4, 2002, pp. 341-345.
- [12] Cengel I.A. Heat transfer. A practical approach. Second Edition. New York: McGraw-Hill, 2006.
- [13] Yang Z., Pollock D.T., Wen J.T. Optimization and predictive control of a vapor compression cycle under transient pulse heat load. International Journal of Refrigeration, V75 (2017), pp.14-25.
- [14] Dudnikov E.G. Avtomaticheskoe upravlenie v himicheskoi promishlennosti. [Automatic control in chemical industry]. Mashinostroenie, 1987. 368 p.
- [15] Automatic control of a heat exchanger with changing operation conditions. <http://www.mathematik.tudortmund.de/papers/BayazitBicerKulaliMueminogluTorres2008.pdf> (accessed 12.12.2020).
- [16] Applying heat exchanger control strategies. <https://www.controleng.com/articles/applying-heat-exchanger-control-strategies/> (accessed 12.12.2020).
- [17] Narendra K. S. and George K., "Adaptive control of simple nonlinear systems using multiple models," in *Proceedings of the American Control Conference (ACC '02)*, pp. 1779-1784, Anchorage, AK, USA, May 2002.
- [18] Kanellakopoulos I., Kokotovic P. V., and Morse A. S., "Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 11, pp. 1241-1253, 1991.
- [19] Nakanishi J, Farrell J. A., and Schaal S, "Composite adaptive control with locally weighted statistical learning," *Neural Networks*, vol. 18, no. 1, pp. 71-90, 2005. 2004.
- [20] Gupta, S., Gupta, R., & Padhee, S. (2018). *Parametric system identification and robust controller design for liquid-liquid heat exchanger system . IET Control Theory & Applications*, 12(10), 1474-1482. doi:10.1049/iet-cta.2017.1128 10.1049/iet-cta.2017.1128
- [21] Alsop, A. W., & Edgar, T. F. (1989). *Nonlinear heat exchanger control through the use of partially linearized control variables. Chemical Engineering Communications*, 75(1), 155-170. doi:10.1080/00986448908940674 Gupta, S., Gupta, R., & Padhee, S. (2018). *Parametric system identification and robust controller design for liquid-liquid heat exchanger system. IET Control Theory & Applications*, 12(10), 1474-1482. doi:10.1049/iet-cta.2017.1128 10.1049/iet-cta.2017.1128
- [22] Maidia A., Corriou J.-P. PDE control of heat exchangers by input-output linearization approach. In *Advanced Analytic and Control Techniques for Thermal Systems with Heat Exchangers # 2020 Elsevier Inc. All rights reserved.*, pp.367-386, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-819422-5.00017-7> (accessed 04.11.2022).
- [23] Malleswararao, Y. S. N., & Chidambaram, M. (1992). *Non-linear controllers for a heat ex-*

- changer. *Journal of Process Control*, 2(1), 17–21. doi:10.1016/0959-1524(92)80014-o.
- [24] Togashi, E. Development of heat pump model based on outlet temperature of heat medium. *Jpn Archit Rev.* 2018; 1: 129–139. <https://doi.org/10.1002/2475-8876.1006> (accessed 04.11.2022).
- [25] Ferrarini, L., Rastegarpour, S., Caseri, L., Watanabe, T., & Choi, Y. (2020). *Predictive control-oriented models of a domestic air-to-water heat pump under variable conditions. IEEE Robotics and Automation Letters*, 1–1. doi:10.1109/ra.2020.3007474.
- [26] Sahoo A., Radhakrishnan T.K., Sankar Rao C. Modeling and control of a real time shell and tube heat exchanger. *Resource-Efficient Technologies* 3 (2017) 124–132, <http://dx.doi.org/10.1016/j.reffit.2016.12.001> (accessed 08.11.2022).
- [27] Skorospeshkin M. V., Sukhodoev M.S., Skorospeshkin V.N., Rymashevskiy P. O. An adaptive control system for a shell-and-tube heat exchanger. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 803 (2017) 012153 doi:10.1088/1742-6596/803/1/012153 (accessed 08.11.2022).
- [28] Chitra. V. S, Manimaran. M, Petchithai. V. Non-linear Block-Box Modelling and Control a Shell and Tube Heat Exchanger Using Generalized predictive Controller. *International Journal of ChemTech Research* Vol.7, No.4, pp 1843-1848, 2014-2015.
- [29] Alsop A.W. & Edgar T.W. (1989) nonlinear heat exchanger control through the use of partially linearized control variables, *Chemical Engineering Communications*, 75:1, 155-170. DOI: [10.1080/00986448908940674](https://doi.org/10.1080/00986448908940674) (accessed 5.12.2020).
- [30] Qiao, Hongtao and Laughman, C., "A Low-Order Model for Nonlinear Dynamics of Heat Exchangers" (2022). *International Refrigeration and Air Conditioning Conference*. Paper 2338. <https://docs.lib.purdue.edu/iracc/2338>
- [31] Zavala-Rio A., Astorga-Zaragoza C/M., Hernandez-Gonzalez O. Bounded positive control for double-pipe heat exchangers. *Control Engineering Practice* 17 (2009) 136–145.
- [32] Al-Dawery S.K., Alrahawi A.A., Al-Zobai K.M. Dynamic modeling and control of plate heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 55 (2012) 6873–6880.
- [33] Michel A., Kugi A. Accurate low-order dynamic model of a compact plate heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 61 (2013) 323–331.

Результаты были получены в рамках проекта Госпрограммы с номером 20.80009.7007.18: «Эко-инновационные технические решения по снижению энергопотребления зданий и разработка опций по развитию интеллектуальных сетей с высокой интеграцией ВИЭ в Молдове»

Сведения об авторах.



Шит Михаил Львович – к.т.н., доцент-исследователь, в.н.с. Область научных интересов: тепловые насосы, автоматическое управление технологическими процессами.

E-mail: mihail_sit@mail.ru



Тимченко Дмитрий Викторович – ведущий инженер – программист Института энергетики АН Молдовы. Область научных интересов: программирование микропроцессоров.

E-mail: dimmy@bk.ru



Журавлев Анатолий Александрович – к. т. н., в.н.с. Область научных интересов: микропроцессорные системы управления, промышленная автоматика.

E-mail: AZhur5249@mail.ru



Пацюк Владимир Ильич к.ф.м.н., доцент Молдавского государственного Университета. Области научных интересов: математическая физика, численный анализ.

E-mail: patsiuk@mail.ru