

New Approach for Voltage Drop Estimation in the Busbars of Workshop Networks at Higher Current Harmonics Influence

Kotsur M.I., Yarymbash D.S., Bezverkhnya Yu.S., Kotsur I.M.

Electrical Engineering Faculty, Zaporizhzhia National Technical University
Zaporizhzhia, Ukraine

Abstract. The presence of higher current harmonics has a negative impact on the efficiency and reliability of the elements of network. Higher current harmonics can lead to significant increases of resistance, voltage drop and active losses in busbar, also to decreasing network power factor. Existing engineering techniques can't provide a reliable calculation of the parameters of busbars at higher current harmonics influences. Therefore, the aim of the work is to develop a new approach of parameters determination and the voltage drop estimation in busbar at higher current harmonics influence. Mathematical model of electromagnetic processes in busbar, which takes into account their design features, non-linearity of magnetic and electrophysical properties, proximity effects, surface and external surface effects, was developed and proposed. This model will allow to determinate the components of active and reactive resistances of busbar, voltage drops for each eigenvalue of the amplitude and frequency of current harmonics. Based on field simulation results was obtained the functional dependence in bicubic polynomial form. For effective spectra and amplitudes of higher harmonics, at selecting the corresponding polynomial coefficients, it will allow to determinate the components and the resulting values of voltage drops for an individual busbar's design without spending time on field simulation. Based on the proposed approach, a method will be developed for the busbar's parameters identification and voltage drop estimation. This will allow effectively define the network configuration, installed capacity of compensating devices, which will provide the reliability of electrical collectors with the declared technical data and etc.

Keywords: busbar, electromagnetic field, model; interpolation, current harmonics, short-circuit ratio.

DOI: 10.5281/zenodo.2650419

O nouă abordare a estimării căderii de tensiune în bara trolley a rețelelor halelor condiționată de armonicilor superioare de curent

Kotsur M.I., Yarymbash DS, Bezverkhnyaya Yu.S., Kotsur I.M.

Facultatea de Inginerie Electrica a Universitatii Tehnice Nationale Zaporizhzhya
Zaporizhzhia, Ucraina

Rezumat. Prezența armonicilor superioare în sistemele de alimentare cu energie are un impact negativ asupra eficienței și fiabilității elementelor lor. Armonicile superioare conduc la o creștere semnificativă a rezistenței electrice, a căderii de tensiune și a pierderilor în barele trolley, scăderea factorului de putere al rețelei. Metodele cunoscute de calcule inginerești asigură credibilitatea determinării valorilor parametrilor și caracteristicilor barelor trolley, luând în considerare acțiunea armonicilor superioare de curent din cauza complexității proceselor electromagnetice care apar în aceste bare. Scopul lucrării constă în dezvoltarea unei noi abordări privind determinarea parametrilor barelor trolley și estimarea căderii de tensiune în barele trolley ale fazelor sub acțiunea armonicilor superioare de curent. Pentru a rezolva această problemă s-a elaborat și propus un model matematic al proceselor electromagnetice în barele de trolley, luând în considerare caracteristicile lor constructive, neliniaritatea proprietăților magnetice și electrofizice, efectele de proximitate, efectele de suprafață și cele de suprafață parvenite din exterior, care vor permite determinarea cu precizie ridicată a valorilor componentelor reactivă și reactivă a impedanței barelor trolley și pierderile de putere condiționate de fiecare armonică superioară a curentului, la utilizarea metodelor numerice de calcul. Pe baza rezultatelor modelării distribuției câmpului electromagnetic s-a obținut o relație funcțională sub forma unui polinom bi-cubic, care permite pentru spectrul cunoscut al armonicilor superioare de curent, selectând valorile coeficienților polinomului să se determine valorile căderilor de tensiune pentru barele date fără a consuma timp pentru efectuarea procesului de simulare a câmpurilor electromagnetice.

Cuvinte-cheie: bară de curent, câmp electromagnetic, model, interpolare, armonici de curent; factor de scurtcircuit.

Новый подход к оценке падения напряжения в троллеях шинпровода цеховых сетей в условиях действия высших гармоник тока

Коцур М.И., Ярымбаш Д.С., Безверхняя Ю.С., Коцур И.М.

электротехнический факультет Запорожского национального технического университета
Запорожье, Украина

Аннотация. Наличие высших гармоник в системах электроснабжения, оказывают негативное влияние на эффективность и надежность их элементов. Высшие гармоники могут приводить к существенному увеличению электрических сопротивлений, падению напряжения и потерь в троллеях шинпроводов, снижению коэффициента мощности сети. Существующие инженерные методики не могут обеспечить достоверный расчет параметров и характеристик шинпроводов с учетом действия высших гармоник тока из-за сложных электромагнитных процессов, протекающих в них. Поэтому, целью работы является разработка нового подхода для определения параметров и оценки падения напряжений в троллеях фаз шинпроводов в условиях действия высших гармоник тока. В связи с этим была разработана и предложена математическая модель электромагнитных процессов в троллейных шинпроводах, учитывающая их конструктивные особенности, нелинейность магнитных и электрофизических свойств, эффекты близости, поверхностные и внешние поверхностные эффекты, которая позволит с высокой точностью и эффективностью численной реализации определить составляющие активных и реактивных сопротивлений троллей шинпровода, падений напряжения и потерь мощности в процессе электропередачи для каждого собственного значения амплитуды и частоты гармоники тока. На основании результатов полевого моделирования получена функциональная зависимость в виде бикубического полинома, которая позволит для действующих спектров и амплитуд высших гармоник тока, а также коэффициента короткого замыкания, при выборе соответствующих коэффициентов полинома, определить составляющие и результирующие значения падений напряжения для конкретного шинпровода без затрат времени на полевое моделирование. На основании предложенного подхода будет разработана методика определения параметров шинпровода и оценки потерь напряжения в условиях действия высших гармоник тока. Это позволит эффективно подобрать конфигурацию цеховой сети, определить установленную мощность фильтрующих и компенсирующих устройств, что даст возможность повысить качество и надежность работы электроприемников с заявленными паспортными данными, а также повысить коэффициент мощности сети.

Ключевые слова: шинпровод, электромагнитное поле, модель, интерполяция, гармоники тока, коэффициент короткого замыкания.

I. ВВЕДЕНИЕ

Производство металлургической энергоёмкой продукции, обеспечение технологических операций посредством применения подъёмно-транспортных механизмов, в том числе крановых электроприводов в цехах предприятий является весьма энергозатратным. Поэтому, для модернизации собственных энергосистем предприятий металлургической промышленности требуется применение современных решений в области энергоресурсосбережения. Системы цехового электроснабжения должны удовлетворять жестким требованиям высокой надежности, эффективности и безопасности, обеспечивая при этом высокое качество электрической энергии. Современные системы цехового электроснабжения могут иметь значительную протяженность, порядка 700-1000 м и более. Поэтому, их параметры и электрические характеристики оказывают существенное влияние на качество электроэнергии, режимы работы электроприемников и энергоэффективность технологических процессов [1]. Широкое применение силовых полупроводниковых

преобразователей во всех отраслях промышленности позволило повысить энергоэффективность промышленных установок, снизить потребление электроэнергии, повысить качество изготавливаемой продукции [2]. Однако внедрение частотно-регулируемых электропроводов [3], выпрямителей и других полупроводниковых преобразователей [4] приводит к генерации высших гармоник тока и напряжения в шинпроводах, что негативно сказывается на коэффициенте мощности сети [5]. Наличие высших гармоник, а также их отклонение от нормированных значений, оказывает негативное влияние на эффективность и надежность элементов системы электроснабжения, в частности цеховых шинпроводов. Они могут приводить к существенному увеличению электрических сопротивлений шинпроводов, потерь напряжения, активных потерь, снижению коэффициента мощности сети [6]. Так, например, после модернизации систем электроприводов металлообрабатывающих установок, прокатных станков и мостовых кранов в цехах Запорожского литейно-механического завода, входящего в крупнейшую международную горно-

металлургическую группу Metinvest, возникла проблема потери мощности и напряжения системы питания мостовых кранов, что в результате привело к значительному снижению пускового момента асинхронных двигателей мостового крана на расстоянии $2/3$, и полной его остановки примерно на $3/4$ от полной протяженности пролета цеха. Это в значительной степени приводит к ограничению мощности цеховых электроприемников и нарушению производственно-технологических операций на этапах изготовления и транспортировки продукции.

Существующие в инженерной практике методики расчета параметров и характеристик шинопроводов основаны на методах схемного моделирования [7]-[9]. Параметры схем, как правило, определяются на основе обобщенных уравнений. Эти уравнения получены в следствии ряда допущений и приближений, что ограничивает область их использования.

Для оценки падения напряжения, в зависимости от коэффициента мощности сети, применяются классические методики [10] (для троллей шинопровода изготовленных из стали) и [11] (для троллей шинопровода изготовленных из цветных металлов), основанные на эмпирических зависимостях и не учитывают геометрию активных материалов, их электромагнитные свойства, частоту основной гармоники тока, поверхностные эффекты, эффекты близости и т.д. В работе [12] авторами на основе [10], [11] была предложена усовершенствованная методика определения потерь напряжения в шинопроводах с учетом частоты основной и высших гармоник тока, а также выполнена их сравнительная оценка при допустимом гармоническом составе тока, регламентированном стандартом [13], [14]. В результате оценки было показано, что при действии высших гармоник превышение потерь напряжения относительно основной гармоники составляет $1,13 \div 2,5$ раза, в зависимости от коэффициента короткого замыкания [12]. Однако эти результаты были получены с допущением об отсутствии влияния эффекта близости и скин-эффекта.

Так как действие эффекта близости и скин-эффекта усиливаются при действии высших гармоник, согласно [15], применение методик [10]-[12] не позволяет обеспечить требуемую точность и достоверность результатов, влияние гармонического состава токов и напряжений, нелинейность свойств актив-

ных материалов, поверхностные эффекты, эффекты близости и т.д.

Альтернативой методикам, основанных на обобщенных выражениях и эмпирических зависимостях, может быть применение методов расчета электрических параметров и характеристик на основе полевого моделирования [16]. Применение методов расчета на основе полевого моделирования получило распространение для широкого класса задач электротехники [17]-[20]. Однако его компьютерная реализация на основе методов конечных элементов в компонентных областях активной части с нелинейными электрофизическими свойствами осложнена большими затратами времени и требованиями к вычислительным ресурсам. В работе [21] предлагается определять электромагнитные параметры электротехнических систем преобразования переменного тока на основе реализации модели электромагнитного поля для задачи в time step формулировке. Такой подход позволяет учитывать нелинейность свойств активных материалов, гармонический состав токов и напряжений, но требует значительных затрат времени на численную реализацию из-за необходимости сходимости расчета каждого временного слоя. В работе [22] была предложена полевая модель в частотной формулировке. Такой подход требует значительно меньших затрат времени на численную реализацию и позволяет учесть в отдельности влияние каждой гармонической составляющей тока и напряжения на параметры и характеристики шинопроводов. Однако, использование частотной формулировки расчета распределения электромагнитного поля применимо только для линейных задач. Современные троллейные шинопроводы, как правило имеют пластиковые и стальные кожухи, стальные держатели, а также другие элементы конструкции из ферромагнитных материалов, обладающих существенной нелинейностью магнитных свойств. В [15] предложено использования эффективных значений магнитных свойств ферромагнитных материалов. Это позволяет учитывать нелинейность свойств как основных токоведущих, так и вспомогательных материалов в частотной формулировке постановки расчета распределения магнитного поля.

Таким образом, целью работы является разработка нового подхода определения параметров и оценки падения напряжений в троллеях фаз шинопроводов в условиях

действия высших гармоник тока, основанного на использовании полевых моделей, учитывающих конструктивные параметры, нелинейность магнитных свойств, электрофизические свойства материалов, влияние гармонических составляющих токов и напряжений, обладающих высокой точностью и эффективностью численной реализации

II. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Основная идея нового подхода заключается в определении параметров троллей шинопроводов и падения напряжения в них для основной и высших гармоник при соответствующих значениях амплитуд и спектрах частот тока, что позволит получить целый комплекс массивов данных и определить функциональные зависимости падений напряжений для определенного типа шинопровода от уровня генерации высших гармоник электротехнического оборудования и переменных параметров самой цеховой сети. Так как шинопровода имеют различную геометрию троллей, количество, расстояние между ними, разные формы кожухов шинопроводов, а также разновидность материалов, из которых они изготовлены, поэтому для каждого вида шинопровода разрабатывается полевая модель электрических и магнитных процессов, учитывающая конструктивные особенности, нелинейность электрофизических и магнитных свойств активных и конструкционных материалов шинопровода.

При моделировании электромагнитных процессов в шинопроводе целесообразно приняты допущения об отсутствии монтажных держателей шинопровода, а также его крепежных элементов. В случае с металлическим экранируемым кожухом шинопровода, распределение магнитного поля за пределы расчетной области шинопровода отсутствует. При этом магнитное поле, создаваемое токами, которые протекают в троллях шинопровода, локализуется в стальном кожухе и не выходит за его пределы. Это позволит значительно упростить геометрию шинопровода, что в значительной степени обеспечит сокращение времени расчета и вычислительных ресурсов, а также повышение устойчивости вычислительного процесса из-за отсутствия необходимости учета элементов, геометрические размеры которых значительно меньше основных элементов шинопровода.

Для учета влияния поверхностного эффекта и эффекта близости на величину активного и реактивного сопротивлений троллей шинопровода должна быть реализована задача расчета распределения плотности тока и удельных электрических потерь по поперечному сечению троллей и кожуха (с учетом и без учета экранирующих свойств) на основе сопряженных пространственных стационарных математических моделей электромагнитного преобразования электрической энергии переменного тока. Система уравнений Максвелла формулируется для комплексных амплитуд векторного магнитного и электрического потенциалов в геометрических электропроводящих областях и окружающей их электроизоляционной среды [16], [22]:

$$\begin{cases} -\nabla \cdot [(j\omega\sigma_i - \omega^2\varepsilon_0\varepsilon_{r,i}) \cdot \mathbf{A}_{i,k} + \\ + (\sigma_i + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r,i}) \nabla V_{i,k} - \mathbf{J}_{i,k}^e] = 0; \\ (j\omega\sigma_i - \omega^2\varepsilon_0\varepsilon_{r,i}) \mathbf{A}_{i,k} + \nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_{r,i}^{-1} \nabla \times \mathbf{A}_{i,k}) + \\ + (\sigma_i + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r,i}) \nabla V_{i,k} = \mathbf{J}_{i,k}^e; \end{cases} \quad (1)$$

где ω – угловая частота, рад/с; σ – электрическая проводимость, См/м; $\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}$ – электрическая постоянная, Ф/м; ε_r – диэлектрическая проницаемость; \mathbf{A} – векторный магнитный потенциал, Вб/м; V – комплексная амплитуда электрического потенциала, В; \mathbf{J}^e – комплексная плотность тока, А/м²; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ – магнитная постоянная, Гн/м; μ_r – эффективная магнитная проницаемость; индекс $i=0$ – соответствует области электроизоляционной и окружающей среды ($\sigma=0$); индексы $i=1,2\dots n$ – соответствует области токопроводящих элементов конструкции шинопровода; индекс k – соответствует порядковому номеру гармоники тока.

При расчете параметров электромагнитного поля при частотной формулировке задачи, для каждой амплитуды и частоты соответствующей k -й гармоники должно выполняться условие суперпозиции для электромагнитного поля по закону Био-Савара [23].

Длина секции шинопровода обычно может составлять 0,75, 1,5 и 3 м, а общая протяженность может превышать 1 км. Поэтому целесообразно считать, что поле в поперечном сечении шинопровода стремится к плоско-

параллельному. Это позволяет существенно сократить размерность задачи и перейти от пространственной формулировки к плоскопараллельной [18], [22]:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_i = n \cdot A_{z_i}; \mathbf{B}_i = \mathbf{i} \cdot B_{x_i} + \mathbf{j} \cdot B_{y_i}; \\ \mathbf{H}_i = \mathbf{i} \cdot H_{x_i} + \mathbf{j} \cdot H_{y_i}; V_i = n \cdot V_{z_i}. \end{cases} \quad (2)$$

Система уравнений (1), (2) дополняется условиями калибровки Кулона [13], условиями сопряжения областей с разными электрическими и магнитными свойствами и условиями электрической и магнитной изоляции на внешних границах и реализуется методом конечных элементов, например, в структуре средств ПО COMSOL Multiphysics. Температурный режим шинпровода рассчитывался в соответствии с [24], [25].

По данным численного моделирования можно определить энергию магнитного поля, удельную энергию магнитного поля, активные потери и удельные активные потери в расчетной i -й области при соответствующих значениях амплитуды и частоты k -й гармоники тока и коэффициентов короткого замыкания сети R_{sce} [19], [22]:

$$\begin{cases} W_{i,k,m} = \frac{I}{2} \iint_{S_i} (\mathbf{B}_{k,m} \cdot \mathbf{H}_{k,m}) dx dy; \\ w_{i,k,m} = \frac{W_{i,k,m}}{S_i}; \\ P_{i,k,m} = \iint_{S_i} \sigma_i^{-1} \mathbf{J}_{k,m} \cdot (\mathbf{J}_{k,m})^* dx dy; \\ p_{i,k,m} = \frac{P_{i,k,m}}{S_i}. \end{cases} \quad (3)$$

где W_i – энергия магнитного поля, Дж; w_i – удельная энергия магнитного поля в i -й расчетной области, Дж/мм²; S_i – площадь поперечного сечения i -й расчетной области, мм²; P_i – активные потери, Вт; p_i – удельные активные потери, Вт; индекс j – номер расчетной области шинпровода; индекс m – соответствует размерности вектора коэффициентов короткого замыкания сети.

Активные, реактивные и полные электрические сопротивления троллей каждой из фаз [16], [22]:

$$\begin{cases} R_{i,k,m} = P_{i,k,m} / S_{i,k,m}; \\ L_{i,k,m} = \frac{2 \cdot W_{i,k,m}}{|I_{i,k,m}|^2}; \\ X_{i,k,m} = 2 \cdot \pi \cdot k \cdot f \cdot L_{i,k,m}; \\ Z_{i,k,m} = \sqrt{R^2 + X^2} \Big|_{i,k,m}. \end{cases} \quad (4)$$

где I_i – ток троллей шинпровода в i -й расчетной области, А; L_i – индуктивность троллей шинпровода, Гн; X_i – реактивное сопротивление троллей шинпровода, Ом; R_i – активное сопротивление троллей шинпровода, Ом; Z_i – полное сопротивление троллей шинпровода, Ом; f – частота основной гармоники тока, Гц.

Падение напряжения в троллеях шинпровода [18], [22]:

$$\Delta U_{i,k,m} = \frac{I}{Z_{i,k,m}}. \quad (5)$$

Коэффициент короткого замыкания можно определить из следующего выражения [13]:

$$\begin{cases} R_{sce} = \frac{S_{sc}}{S_{equ}}; \\ S_{sc} = \frac{U_{nom}^2}{Z_{sc}}; \\ S_{equ} = \sqrt{3} \cdot U_l \cdot I_{equ}; \end{cases} \quad (6)$$

где S_{sc} – мощность короткого замыкания трехфазной системы электроснабжения, ВА; S_{equ} – полная номинальная мощность технических средств, ВА; U_{nom} – номинальное напряжение системы в точке общего присоединения на частоте сети, В; U_l – линейное напряжение в точки подключения электроприемников, В; Z_{sc} – полное сопротивление сети, Ом; I_{equ} – среднее квадратическое значение номинального фазного тока образца технических средств, А.

Используя уравнения (3) - (5), можно с достаточной точностью определить значения

активных и реактивных сопротивлений троллей шинопровода, а также падение напряжения на них при соответствующих значениях амплитуды и частоты k -й гармоники тока и коэффициентов короткого замыкания сети R_{sce} . Так как значение R_{sce} может меняться с изменением нагрузки цеховой сети, целесообразно определить нелинейную функциональную зависимость падения напряжения в троллеях шинопровода от двух переменных – основной и высших гармоник тока, а также и R_{sce} .

Для обработки расчетных данных и построения нелинейной функциональной зависимости от двух переменных можно воспользоваться бикубической интерполяцией сплайнами вида [26]:

$$\Delta U(k, R_{sce}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m a_{i,j} \cdot k^i \cdot R_{sce}^j \quad (7)$$

где $a_{i,j}$ - матрица коэффициентов бикубического полинома; n - размерность вектора k -й гармоники тока; m - размерность вектора коэффициентов короткого замыкания R_{sce} .

Нахождение коэффициентов бикубического полинома сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений, согласно [26].

Уравнение (7) с известными коэффициентами бикубического полинома для разных геометрических форм троллей шинопровода позволит, с учетом нелинейности магнитных свойств, электрофизические свойства материалов, эффектов близости и скин-эффекта разработать более точную, а также модифицировать известные методики определения параметров троллей шинопроводов, а также оценки потерь напряжения и активных потерь, в зависимости от удельного содержания высших гармоник тока. Кроме этого, данный подход, в некоторых более сложных частных случаях, может быть использован при определении параметров шинопровода и оценки потерь напряжения на стадии проектирования и модернизации систем цеховых сетей путем подбора

соответствующих, уже известных коэффициентов полинома в зависимости от условий удельного содержания высших гармоник тока и величины коэффициента короткого замыкания сети R_{sce} . Это позволит эффективно подобрать конфигурацию сети цехового электроснабжения, определить, места установки дополнительных подпиточных секций и шин, точно определить установленную мощность фильтрующих и компенсирующих устройств, что даст возможность повысить качество и надежность работы электроприемников с заявленными паспортными данными, а также повысить коэффициент мощности сети.

III. АНАЛИЗ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследования проводились на примере троллейного медного шинопровода ШТМ-73 250А 660В. Геометрическая 2D модель и расчетная область в виде конечных элементов приведены на рис. 1. Данный шинопровод имеет широкое распространение и предназначен для питания мостовых кранов, электрических талей, подвесных электрических однобалочных кранов и напольных тележек. Шинопровод имеет три медных троллей 1, вмонтированных в кожух 2 (рис. 1, а). Троллей в кожухе закреплены на изоляторах (клицах) 3(рис. 1, а).

На рис.2 приведены результаты полевого моделирования электромагнитных процессов в шинопроводе без экранирования (кожух выполнен из пластика, рис.2, а) и с экранированием (кожух выполнен из конструкционной стали, рис.2, б) при величине тока основной гармоники 250А. Гармонический состав тока определялся для стандартных значений коэффициента короткого замыкания R_{sce} , (табл. 1) [13].

Относительно основной гармоники тока, значение нормальной составляющей индукции, от троллей к внутренней границе кожуха, меняется от 0,02 до 0,005 Тл (без экранирования) и 0,02 ... 0,01 Тл (при экранировании). В случае со стальным кожухом, в его пределах поле локализуется от внешней к внутренней границе и принимает значение

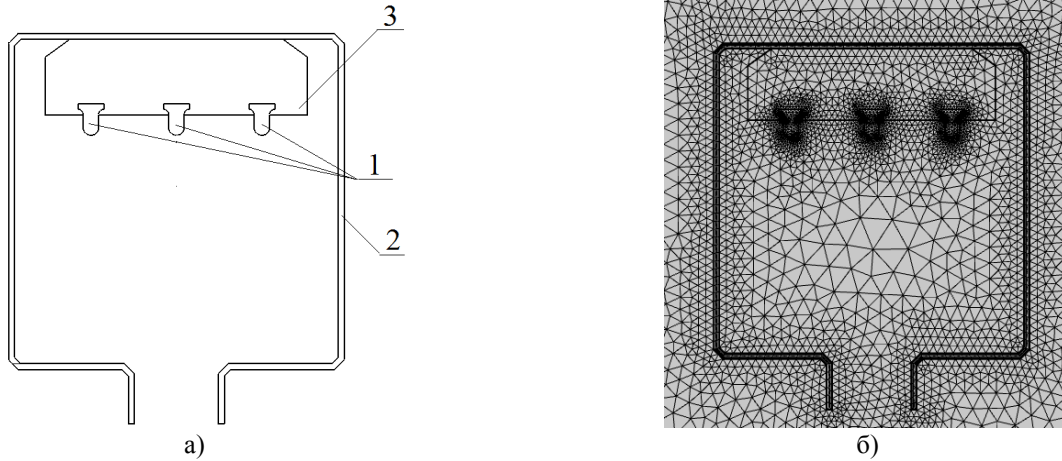


Рис. 1. Геометрическая модель (а) расчетная область (б) шинпровода ШТМ-73 250А 660В¹

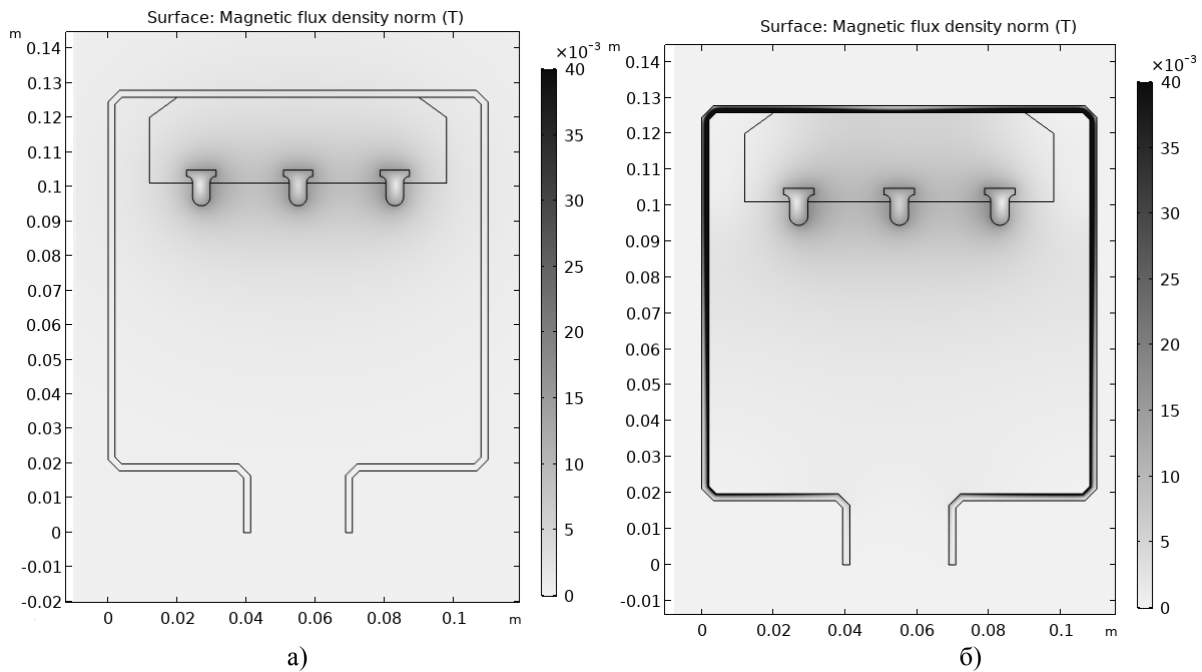


Рис. 2. Распределение нормальной составляющей индукции в шинпроводе ШТМ-73 250А 660В без экранирования (а) и с экранированием (б) при частоте основной гармоники тока 50 Гц.²

Таблица 1³

Нормы генерации гармонических составляющих тока для симметричных трехфазных технических средств

Minimum value R_{sce} , р.у.	Overload current harmonic value, I_k/I_1 , %			
	Harmonic's number			
	5	7	11	13
33	10,7	7,2	3,1	2
66	14	9	5	3
120	19	12	7	4
250	31	20	12	7
≥ 350	40	25	15	10

0,03 ... 0,1 Тл. При действии высших гармоник, для случая $R_{sce} \geq 350$, величина нормаль-

ной составляющей магнитной индукции во внутренних границах кожуха на 5-й гармонике может достигать 60% от основной, а на 13-й гармонике - до 30% от основной. При увеличении порядкового номера гармоники, для соответствующих значений их амплитуд (табл.1), проявляться эффект вытеснения поля к внутренней границе кожуха, что сопровождается ростом плотности магнитной индукции.

По данным численного моделирования, с использованием выражений (3), (4) определялись активные и реактивные электрические сопротивления троллей каждой из фаз шинпровода.

Точность результатов численного моделирования оценивается путем сравнения рас-

^{1,2,3} см. Appendix

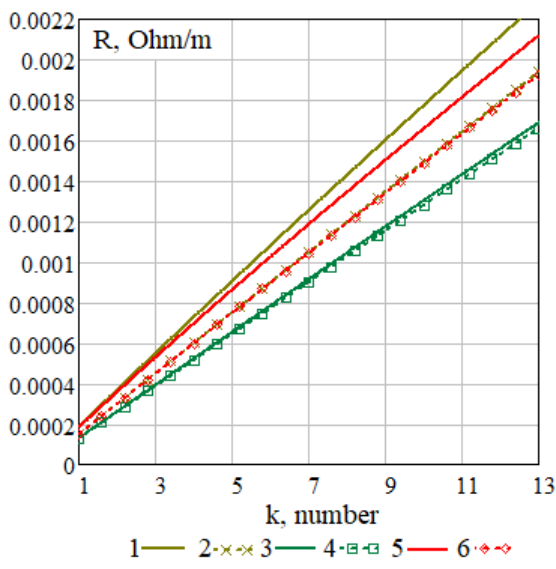
четных значений электрических сопротивлений троллей шинпровода с данными измерений завода изготовителя. По омическому сопротивлению погрешность не превысила 0,6%.

Поверхностные эффекты в троллеях фаз, как и эффект близости между ними относительно собственных частот k -х гармоник тока приводят к росту активного и индуктивного сопротивлений троллей фаз А и С по сравнению с центрально размещенной троллей фазы В (рис. 3). При этом величина активного сопротивления фаз А и С относительно фазы В на 13-й гармонике увеличивается почти в 2 раза, а индуктивного – в 8 раз.

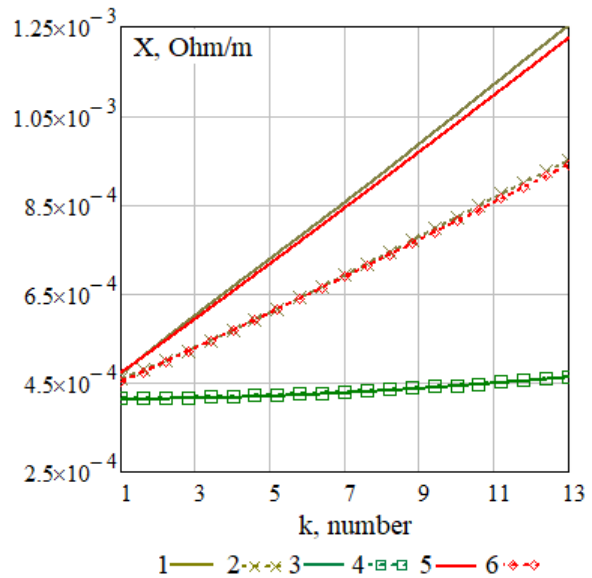
Применение шинпроводов с экранированным кожухом, магнитное поле которого замыкается через стальной кожух, усиливает эффект близости и скин-эффект в троллеях шинпровода, а также приводит к росту активных потерь. При этом имеет место еще больший рост активного, а также и индуктивного сопротивлений троллей фаз А и С близко расположенных к стальному кожуху шинпровода. Для троллей фазы В применение экранированного кожуха не оказывает влияние на величину собственных активного и индуктивного сопротивлений. При всех зна-

чениях коэффициента короткого замыкания сети R_{sce} , для которых регламентировано удельный вес высших гармоник тока [13], [14], активные и индуктивные сопротивления троллей фаз имеют одинаковые значения. Таким образом на параметры троллей шинпровода оказывает влияние только действующая частота k -й гармоники тока.

В табл. 2 приведены результирующие значения и значения для основной гармоники тока конструкционного параметра $tg\varphi$ для фаз шинпровода с учетом и без учета экранирования. Как показывает анализ, значение $tg\varphi_{рез}$, при результирующем действии высших гармоник тока, в среднем может увеличиться в 3,5÷4 раза в зависимости от фазы, относительно расчетного значения $tg\varphi_1$ при основной гармонике тока. В случае использования стального кожуха имеет место незначительное увеличение значения параметра $tg\varphi$ фазы В. Однако для фаз А и С величина $tg\varphi$ ниже, что вызвано ростом активного сопротивления в троллеях этих фаз из-за действия поверхностного эффекта и эффекта близости.



а)



б)

Рис.3. Результаты расчета активных (а) и реактивных (б) сопротивлений троллей шинпровода ШТМ-73 250А 660В относительно собственных частот k -й гармоники тока с учетом и без учета экранирования⁴

По данным численного моделирования для соответствующих значений R_{sce} , амплитуд и частоты гармоник тока (табл.1) с

использованием выражения (5) были определены значения потерь напряжения в фазах на 1м длины троллей шинпровода.

⁴ см. Appendix 1

Для рассматриваемого шинпровода с учетом и без учета экранирования для функции (7) были определены коэффициенты бикубического полинома.

Таблица 2⁵

Расчетные значения конструкционного параметра $tg\varphi$ троллей шинпровода ШТМ-73 250А 660В

Design parameter $tg\varphi$	Phase		
	A	B	C
with shielding			
$tg\varphi_1$	0,396	0,314	0,387
$tg\varphi_{pez}$	1,43	2,022	1,38
without shielding			
$tg\varphi_1$	0,327	0,311	0,332
$tg\varphi_{pez}$	1,472	1,981	1,476

По данным численного моделирования для соответствующих значений R_{sce} , амплитуд и частоты гармоник тока (табл.1) с использованием выражения (5) были определены значения потерь напряжения в фазах на 1м длины троллей шинпровода.

Для рассматриваемого шинпровода с учетом и без учета экранирования для функции (7) были определены коэффициенты бикубического полинома. Размерность матрицы этих коэффициентов составляет 7x4, что является достаточным условием для высокой точности описания функциональной зависимости в виде поверхности составляющих падений напряжения от значений k -ой гармоники тока и R_{sce} .

Таким образом матрица коэффициентов бикубического полинома для тролля фазы А шинпровода с пластиковым кожухом имеет вид:

$$a1 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 0.016 \\ 4.508e-3 & -1.159e-3 & 2.605e-4 & 9.703e-4 \\ 0.012 & 4.198e-3 & 7.859e-5 & -8.826e-4 \\ -1.363e-3 & 8.781e-3 & 3.575e-3 & 9.719e-4 \\ -1.761e-3 & -3.128e-3 & 1.982e-3 & 2.108e-3 \\ 2.171e-3 & -3.134e-3 & -5.786e-3 & -4.375e-3 \\ 7.281e-4 & 3.28e-3 & -2.818e-3 & -5.867e-3 \end{bmatrix}$$

для тролля фазы В –

$$a2 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 0.016 \\ 5.03e-3 & -5.563e-4 & -2.366e-4 & -7.681e-5 \\ 0.013 & 4.568e-3 & 1.181e-4 & -7.389e-4 \\ -1.167e-3 & 9.741e-3 & 3.922e-3 & 1.013e-3 \\ -1.526e-3 & -2.796e-3 & 2.646e-3 & 2.401e-3 \\ 2.278e-3 & -2.744e-3 & -5.255e-3 & -3.907e-3 \\ 1.007e-3 & 3.464e-3 & -2.476e-3 & -5.446e-3 \end{bmatrix}$$

для тролля фазы С –

$$a3 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 0.018 \\ 5.126e-3 & -1.185e-3 & 3.445e-4 & 1.109e-3 \\ 0.014 & 4.707e-3 & 2.836e-4 & -9.42e-4 \\ -1.555e-3 & 8.921e-3 & 3.899e-3 & 1.388e-3 \\ -1.919e-3 & -3.572e-3 & 1.252e-4 & 1.995e-3 \\ 2.93e-3 & -3.425e-3 & -6.603e-3 & -8.024e-3 \\ 2.527e-4 & 4.391e-3 & -3.089e-3 & -6.828e-3 \end{bmatrix}$$

для тролля фазы А шинпровода со стальным кожухом –

$$a4_{i,j} = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 0.015 \\ 4.323e-3 & -1.249e-3 & 2.882e-4 & 1.057e-3 \\ 0.011 & 3.914e-3 & 2.856e-4 & -1.08e-3 \\ -1.762e-3 & 7.152e-3 & 3.209e-3 & 1.237e-3 \\ -2.097e-3 & -3.764e-3 & -7.614e-4 & 1.475e-3 \\ 2.593e-3 & -3.707e-3 & -6.857e-3 & -8.206e-3 \\ -1.566e-4 & 3.868e-3 & -3.332e-3 & -6.932e-3 \end{bmatrix}$$

для тролля фазы В шинпровода со стальным кожухом –

$$a5 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 0.017 \\ 4.877e-3 & -1.075e-3 & 2.928e-4 & 9.768e-4 \\ 0.013 & 4.542e-3 & 1.193e-4 & -7.552e-4 \\ -1.192e-3 & 9.639e-3 & 3.893e-3 & 1.02e-3 \\ -1.554e-3 & -2.842e-3 & 2.519e-3 & 2.365e-3 \\ 2.288e-3 & -2.791e-3 & -5.331e-3 & -4.063e-3 \\ 9.623e-4 & 3.475e-3 & -2.518e-3 & -5.515e-3 \end{bmatrix}$$

для тролля фазы С шинпровода со стальным кожухом –

$$a6 = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 2 & 0.018 \\ 5.245e-3 & -1.272e-3 & 3.931e-4 & 1.226e-3 \\ 0.013 & 4.758e-3 & 4.046e-4 & -1.084e-3 \\ -1.828e-3 & 8.039e-3 & 3.804e-3 & 1.687e-3 \\ -2.204e-3 & -4.15e-3 & -2.169e-3 & 1.572e-3 \\ 3.443e-3 & -3.922e-3 & -7.604e-3 & -0.012 \\ -4.639e-4 & 5.129e-3 & -3.538e-3 & -7.871e-3 \end{bmatrix}$$

⁵ см. Appendix 1

На рис. 4 приведены зависимости в виде поверхности составляющих падений напряжения от значений k -ой гармоники тока и коэффициента короткого замыкания R_{sce} для каждой из фаз троллей на 1 м. длины шиннопровода, соответственно с пластиковым (рис. 4, а, б, в) и стальным кожухом (рис.4, а, б, в). Как показывает анализ, наибольшее приращение падения напряжения имеет место для $k=1 \div 7$ гармоник. Для $k > 7$ приращение падения напряжения снижается в $2 \div 3,5$ раза. С увеличением R_{sce} , величины составляющих падений напряжения при $k > 2$ возрастает по прямолинейному закону и для $R_{sce} \geq 350$ может достигнуть своего 4 кратного значения. (рис.4).

Результатами моделирования подтверждается, что частота гармоник тока не оказывает влияние на несимметрию падения напряжения ΔU в фазах троллей шиннопровода. При этом с ростом частоты k -й гармоники тока несимметрия ΔU относительно центральной троллея фазы В остается неизменным. Однако, в данном случае на уровень несимметрии ΔU оказывает влияние коэффициент которого замыкания R_{sce} , величина которого прямо пропорциональна амплитуде k -й гармоники. (см. табл.1.). Для цеховых сетей с $R_{sce} \geq 350$ несимметрия ΔU может возрасти в 10 раз относительно уровня несимметрии ΔU основной гармоники тока.

В табл.3. приведены расчетные относительные значения результирующего падения напряжения в фазах троллей А, В, С при разных значениях R_{sce} шиннопровода с пластиковым кожухом.

Таблица 3⁶

Результирующее падения напряжения при разных значениях коэффициента короткого замыкания в фазах А, В, С троллеев шиннопровода с пластиковым кожухом

Minimum value R_{sce} , p.u.	Resultant voltage loss U_{res}/U_1 , p.u.		
	phase		
	A	B	C
33	1,62	1,58	1,62
66	1,852	1,74	1,848
120	2,155	2,01	2,15
250	2,942	2,70	2,932
≥ 350	3,51	3,19	3,496

⁶ см. Appendix 1

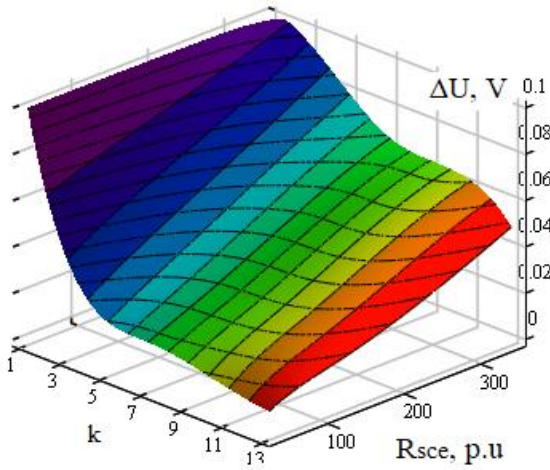
Относительное значение результирующего падения напряжения представляет собой отношение:

$$\Delta U^*_{pez} = \frac{\Delta U_{pez}}{\Delta U_1}; \quad (8)$$

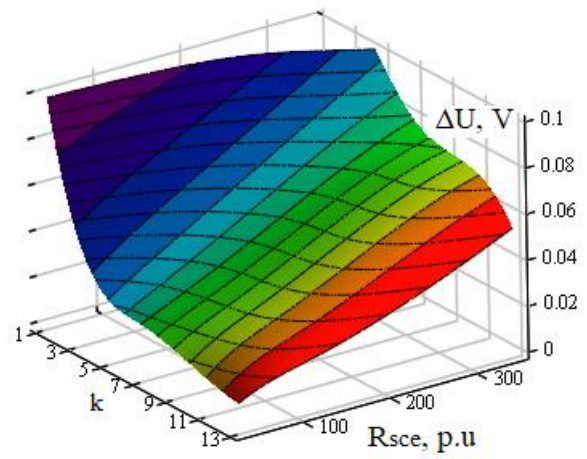
$$\Delta U_{pez} = \Delta U_1 + \sqrt{\sum_{i=2}^k \Delta U_k^2}; \quad (9)$$

где ΔU_1 - падение напряжения для основной гармоники тока.

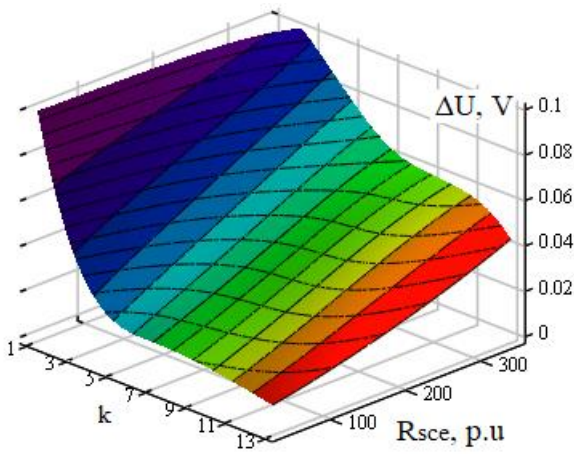
Для минимального значения $R_{sce} = 33$, при котором амплитуды гармоник имеют наименьшее ограничение стандартом [13], [14], результирующее падение напряжения в троллеях шиннопровода увеличивается в $1,58 \dots 1,62$ раза относительно основной гармоники. Для больших значений R_{sce} , превышение результирующего падения напряжения с учетом влияния высших гармоник может достигнуть $2,19 \dots 3,51$ раза относительно величины потери напряжения при основной гармоники тока. При этом несимметрия напряжения между фазами А и В, В и С с ростом R_{sce} остается практически неизменной. Учитывая то, что номинальный ток шиннопровода ШТМ-73 составляет 250А, на практике его токовая нагрузка может превышать $1,2 \dots 1,7$ раза. Поэтому, результирующее превышение падения напряжения может быть значительно больше, чем расчетное результирующее превышение напряжения при номинальном токе шиннопровода. По результатам исследования также была выполнена сравнительная оценка пофазного превышения падения напряжения в троллеях шиннопровода с пластиковым и стальным кожухом. Для шиннопровода со стальным кожухом при $R_{sce} = 33$ падения напряжения в фазе А на 7,48% выше относительно шиннопровода с пластиковым кожухом; для фазы В – на 0,294%; для фазы С – на 9,09%. Для $R_{sce} \geq 350$ падения напряжения в фазе А – на 11,98%; для фазы В – на 0,76%; для фазы С – на 11,54%. При этом наибольшее превышение падения напряжения приходится на фазы А и С, которые размещены в непосредственной близости к стальному кожуху.



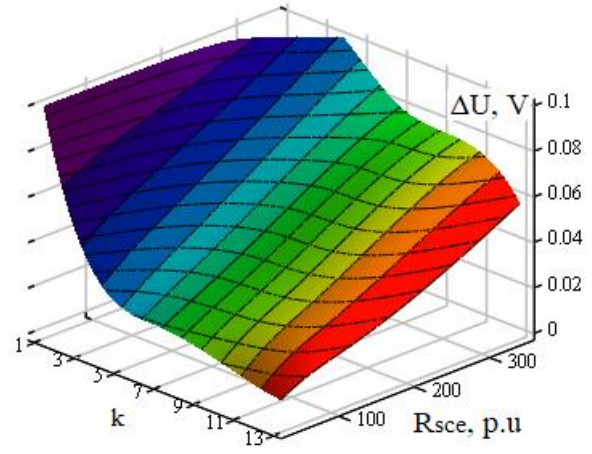
a)



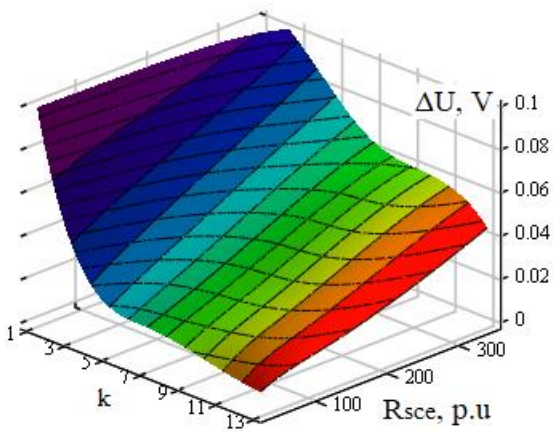
б)



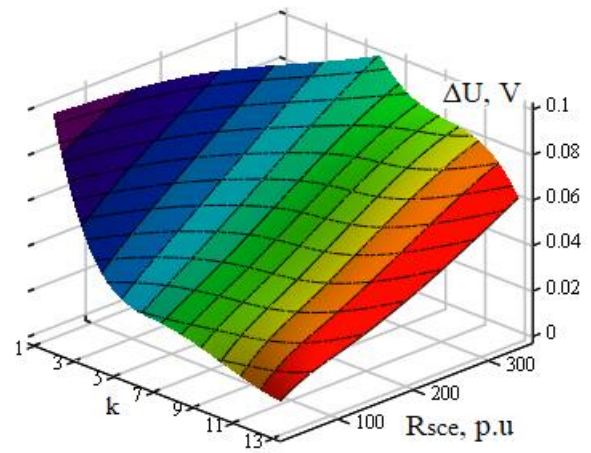
в)



г)



д)



е)

Рис. 4. Поверхности составляющих падений напряжения от k -й-гармоники тока и коэффициента короткого замыкания на 1 м длины шинпровода ШТМ-73 250А 660В⁷

⁷ см. Appendix 1

Таким образом, в результате проведенного исследования было установлено, что для шинпровода типа ШТМ-73 250А 660В, действие высших гармоник при допустимых стандартом собственных значений амплитуд k -х гармоник приводит к увеличению активного (в 4 раза) и индуктивного (в 20 раз) сопротивлений. Определен уровень составляющих потерь напряжения в троллеях шинпровода при собственных значениях k -х гармоник тока и коэффициента короткого замыкания R_{sce} . При этом величина результирующего падения напряжения может возрасти в 3,5 раза, а с использованием стального кожуха – в 4 раза относительно основной гармоники. Результаты оценки результирующего падения напряжения от действия высших гармоник тока, которые получены с помощью данного подхода, основанного на полевом моделировании электромагнитных процессов в шинпроводе, в зависимости от коэффициента короткого замыкания R_{sce} , в 1,2-2,5 раза превышают результаты оценки результирующего падения напряжения, рассчитанные с помощью аналитических зависимостей [12]. В связи с этим известные методики не могут быть использованы при оценки потерь напряжения в условиях действия высших гармоник тока. Поэтому применение данного подхода, при расчете двугих видов и форм троллей шинпроводов, с учетом особенностей конфигурации цеховых сетей даст возможность разработать обобщенную, уточненную методику определения параметров шинпровода и оценки потерь напряжения в условиях действия высших гармоник тока. Это позволит эффективно подобрать конфигурацию сети цехового электроснабжения, определить, места установки дополнительных подпиточных секций и шин, точно определить установленную мощность фильтрующих и компенсирующих устройств, что обеспечит возможность повысить качество и надежность работы электроприемников с заявленными паспортными данными, а также повысить коэффициент мощности сети.

ВЫВОДЫ

Разработана и предложена математическая модель электромагнитных процессов в троллейных шинпроводах, учитывающая их конструктивные особенности, нелинейность

магнитных и электрофизических свойств, эффекты близости, поверхностные и внешние поверхностные эффекты, которая позволит с высокой точностью и эффективностью численной реализации определить составляющие активных и реактивных сопротивлений троллей шинпровода, падений напряжения и потерь мощности в процессе электропередачи для каждого собственного значения амплитуды и частоты гармоники тока.

Впервые установлено соотношение падения напряжения от спектров частот и амплитуд гармоник тока и значений коэффициента короткого замыкания, что позволяет выявить степень и характер влияния на асимметрию падения напряжения и параметры троллей шинпровода.

Впервые предложен подход оценки падения напряжения от спектров частот и амплитуд гармоник тока и значений коэффициента короткого замыкания, который позволит с высокой точностью и эффективностью, без затрат времени на полевое моделирование, эффективно подобрать конфигурацию сети цехового электроснабжения, параметры фильтрующих и компенсирующих устройств, что даст возможность минимизировать потери и повысить коэффициент мощности сети.

На основании предложенного подхода, при расчете и двугих видов, форм троллей шинпроводов, с учетом особенностей конфигурации цеховых сетей будет разработана обобщенная, уточненная методика определения параметров шинпровода и оценки потерь напряжения в условиях действия высших гармоник тока. Это позволит эффективно подобрать конфигурацию сети цехового электроснабжения, определить, места установки дополнительных подпиточных секций и шин, точно определить установленную мощность фильтрующих и компенсирующих устройств, что даст возможность повысить качество и надежность работы электроприемников с заявленными паспортными данными, а также повысить коэффициент мощности сети.

APPENDIX 1 (ПРИЛОЖЕНИЕ 1)

Fig. 1. Design model (a) and computational area (b) of the busbar (ShTM-73 250A 660V).

Fig. 2. Distribution of the normal component of magnetic flux density in the busbar (STM-73 250A 660V) at the frequency of the first harmonic current (50 Hz).

Fig. 3. The results of the calculation of the resistance (a) and reactance (b) of the busbar's trolley (ShTM-73 250A 660V) for natural frequencies of the k -th current harmonics with and without shielding (1 - phase A, with shielding; 2 - phase A, without shielding; 3 - phase B, with shielding; 4 - phase B, without shielding; 5 - phase C, with shielding; 6 - phase C, without shielding).

Fig. 4. The surface of the voltage drop components at the k -th current harmonics and the short-circuit ratios for 1m length of busbar (ShTM-73 250A 660V).

Table 1. High harmonic generation standard for symmetrical three-phase technical device.

Table 2. The calculated values of the design parameter $tg\varphi$ of the busbar's trolleys (ShTM-73 250A).

Table 3. The resulting values of the voltage drop at different short-circuit ratios in the phase A, B, C of busbar's trolleys with a plastic casing.

Литература (References)

- [1] Lees, A., et al. Electromechanical Analysis of the Busbar Support System in the LHC Electrical Feed Boxes and their Consolidation with Remotely Installed Clamps. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 201, vol. 26, no. 4, doi:10.1109/TASC.2016.2527746.
- [2] Zare F., Ledwich G. F. Reduced layer planar busbar for voltage source inverters. *IEEE Trans. Power Electron*, 2002, Vol. 17, no. 4, pp. 508–516.
- [3] Gaoyu, Z., Zhengming, Z., Liqiang, Y. [Study on DC busbar structure considering stray inductance for the back-to-back IGBT-based converter]. "IEEE: Applied Power Electronics Conference and Exposition". Long Beach, CA, USA, 2013, pp. 1213-1218. doi: [10.1109/APEC.2013.6520453](https://doi.org/10.1109/APEC.2013.6520453)
- [4] Ayachit, A., A. Reatti, and M. K. Kazimierczuk. "Magnetising Inductance of Multiple-Output Flyback Dc-Dc Converter for Discontinuous-Conduction Mode." *IET Power Electronics*, vol. 10, no. 4, 2017, pp. 451-461. doi:10.1049/iet-pel.2016.0390.
- [5] Kotsur, M., Yarymbash, D, Kotsur, I., Bezverkhnia Yu. [Speed Synchronization Methods of the Energy-Efficient Electric Drive System for Induction Motors]. "IEEE: 14-th International Conference on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering". Lviv-Slavske, 2018, pp. 304-307 doi:[10.1109/TCSET.2018.8336208](https://doi.org/10.1109/TCSET.2018.8336208)
- [6] Gaoyu, Z., Zhengming, Z., Liqiang, Y. [Study on DC busbar structure considering stray inductance for the back-to-back IGBT-based converter]. "IEEE: Applied Power Electronics Conference and Exposition". Long Beach, CA, USA, 2013, pp. 1213-1218. doi: [10.1109/APEC.2013.6520453](https://doi.org/10.1109/APEC.2013.6520453)
- [7] Yarymbash, D. S., Yarymbash S. T., Kotsur M. I., Litvinov D. O. Computer simulation of electromagnetic field with application the frequency adaptation method. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, no 1, pp 65-74. doi: [10.15588/1607-3274-2018-1-8](https://doi.org/10.15588/1607-3274-2018-1-8)
- [8] Podol'tsev, A.D., Kontorovich, L.N. Chislennoe modelirovanie elektricheskikh tokov, magnitnogo polya i electrodinamicheskikh sil v silovom transformatore pri avariynom rezhyme s ispol'zovaniem MATLAB / SIMULINK i COMSOL [Numerical Simulation of Electric Currents, Magnetic Field and Electrodynamics Forces in Power Transformer at Emergency Operation Using MATLAB/SIMULINK AND COMSOL]. *Technical Electrodynamics*, 2011, no. 6, pp. 3-10. (In Russian).
- [9] Yarymbash, D., Kotsur, M., Yarymbash, S., Kotsur, I. Features of parameter determination of the induction motor substitution circuit for short-circuit mode. *Electrical Engineering and Power Engineering*, 2017, no. 1, pp. 24-30. (in English). doi: <http://dx.doi.org/10.15588/1607-6761-2017-1-4>
- [10] Fedorov, A.A. Spravochnik energetika promyshlennykh predpriyatiy T. 1. Elektrosnabzheniye [Reference book power engineering of industrial enterprises T. 1. Power supply]. Under the general ed. Fedorov A.A. Moscow, Gosenergoizdat, 1987, p. 840.
- [11] Raputov, B.M. Elektro-oborudovanie kranov metallurgicheskikh predpriyatiy [Electric equipment of cranes of metallurgical enterprises]. Moscow, Metallurgiya, 1990, p. 272.
- [12] Kotsur M. I., Yarymbash D.S., Bezverkhnia Yu.S., Andrienko A.A., Andrienko D.S. Features of influence of the higher harmonics on choice of busbars parameters for workshop networks. *Works of the Institute of Electrodynamics of the National Academy of Sciences of Ukraine*, 2018, –no. №2 (50), pp. 51-56. doi: [10.15407/publishing2018.50.051](https://doi.org/10.15407/publishing2018.50.051)
- [13] IEC (61000-3-12: 2004) Electromagnetic compatibility of technical means. Limit of harmonic current components created by technical means with a current consumption of more than 16 A, but not more than 75 A (in one phase), connected to low-voltage general-purpose power systems. Norms and methods of testing.
- [14] IEEE 519-1992. Recommended Practices and Requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems. IEEE standard. London, 1992, 519-1992.
- [15] Roskopf, A., Bar, E., Joffe, C. Influence of linner skin- and proximity effects on conduction in litz wires. *IEEE Trans. Power Electron.*, 2014,

- Vol. 29, no. 10, pp. 5454–5461.
doi: [10.1109/TPEL.2013.2293847](https://doi.org/10.1109/TPEL.2013.2293847)
- [16] Bastos, J. P. A., Sadowski, N. *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*. Boca Raton: CRC Press, 2003, 510 p. ISBN 9780203911174. doi: [10.1201/9780203911174](https://doi.org/10.1201/9780203911174)
- [17] Wu, X. W. Contact temperature prediction in three-phase gas-insulated busbars with the finite-element method. *IEEE Trans. Magn.*, 2014, Vol. 50, no. 2, pp. 277–280.
- [18] Popa, I., Dolan, A.I. [Numerical modeling of DC busbar contacts]. “*IEEE: 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment*”. Brasov, 2013, pp. 188 – 193. doi: [10.1109/OPTIM.2012.6231869](https://doi.org/10.1109/OPTIM.2012.6231869)
- [19] Bedkowski, M., Smolka, J., Banasiak, K., Bulinski, Z., Nowak, A. J., Tomanek, T., Wajda, A. Coupled numerical modelling of power loss generation in busbar system of low-voltage switchgear. *Int. J. Thermal Sci.*, 2014, no. 82, pp. 122–129.
- [20] Tiebing L., Xiang C., Haoliu Y., Lin L. Time-domain analysis of transient electromagnetic field generated by aerial busbars above lossy soil. *IEEE Transactions on Magnetics*, 2002, Vol. 38, no. 2, pp.773-776. DOI: [10.1109/20.996200](https://doi.org/10.1109/20.996200)
- [21] Luo, Y., Chen, R., Zhu, Y., Cheng, J. & Wei, M. [The analysis of magnetic field intensity and induced current under live working based on the finite element method], “*Proceedings - 5th International Conference on Instrumentation and Measurement, Computer, Communication, and Control, IMCCC*”. Qinhuangdao, 2015, pp. 192-195. DOI: [10.1109/IMCCC.2015.47](https://doi.org/10.1109/IMCCC.2015.47)
- [22] Yarymbash, D., Kotsur, M., Bezverkhnia, Yu., Kotsur I., Yarymbash, S. [Increasing efficiency of parameters determination of the trolley busbars by electromagnetic Field Simulation]. “*IEEE: 2018 IEEE 3rd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems*”, 2018, pp. 308-313.
- [23] Izmaylov, S. V. (1962). *Kurs Elektrodinamiki [Electrodynamics Course]*. Moscow, Gos. Uchebn-pedagog. izdatelstvo ministerstva prosveshcheniya, 1962, p. 440.
- [24] Plesca, A. Busbar heating during transient conditions. *Electric Power Syst. Res.*, 2012, no. 89, pp. 31–37. doi: [10.1109/T-AIEE.1915.4765211](https://doi.org/10.1109/T-AIEE.1915.4765211)
- [25] Sung, W. P., Hyunsu Ch. [A practical study on electrical contact resistance and temperature rise at the connections of the copper busbars in switchgears]. “*IEEE: Applied Power Electronics Conference and Exposition*”. New Orleans, LA, USA, 2014, pp. 1213- 1218. doi: [10.1109/HOLM.2014.7031066](https://doi.org/10.1109/HOLM.2014.7031066)
- [26] Korn, G. A., Korn, T. M. *Spravochnik po matematike dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov [Mathematical Handbook for Scientists and Engineers]*. Moscow, Nauka, 1974, p. 832.

Сведения об авторах.



Коцур Михаил Игоревич, доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры электрических и электронных аппаратов Запорожского национального технического университета, Украина.
E-mail: kotsur8@gmail.com



Безверхняя Юлия Сергеевна, аспирант кафедры электрических и электронных аппаратов Запорожского национального технического университета, Украина.
E-mail: juliaaea@ukr.net



Ярымбаш Дмитрий Сергеевич, профессор, доктор технических наук, заведующий кафедрой электрических машин Запорожского национального технического университета, Украина.
E-mail: yarymbash@gmail.com



Коцур Игорь Михайлович, доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры электрических машин Запорожского национального технического университета, Украина. E-mail: igor.m.kotsur@gmail.com