

Diagnosics of Linear Systems in the State Space

Verlan A. F.¹, Polozhaenko S. A.²

¹Institute of modeling problems in power engineering named after G. E. Pukhov.
Kyiv, Ukraine

²Odessa National Polytechnic University. Odessa, Ukraine

Abstract. The analysis of the state of the problem of quality ensurance and proper functioning of electrical systems and devices was carried out. It showed that not only the complete feasibility of monitoring their performance at the production and operation stages should be considered, but also the potential diagnostics of the systems and devices being developed should be ensured. At the same time, the limitations of the existing methodological support for conducting diagnostic experiments were noted. It was indicated that a possible solution of this problem was to use for diagnosing at all stages of the life cycle (in particular, designing, manufacturing and operating) the controlled systems and model-oriented methods, which made it possible to fill up a measurement information deficiency during the simulation of their schemes using the appropriate models. The purpose of this research was to further develop the model-oriented methods for diagnosis of the technical state of the electrical systems and devices, which was achieved by formalizing the task and developing constructive algorithms for localization of faulty subsystems in the state space. In this context, a method for the diagnostics of the linear systems (devices) was proposed, which ensures testing of the working hypotheses by describing them (the essence is the representation of the model) in the state space. Unlike the existing ones, the method allowed us, when conducting a diagnostic experiment, to avoid measuring the potentials at the nodes of the selected (localized) subcircuits. The application possibilities of the method in the engineering practice were illustrated by examples.

Keywords: diagnosis, method of diagnosis, health hypothesis, model, localization of a faulty subcircuit.

DOI: 10.5281/zenodo.3239162

Diagnosticarea sistemelor liniare în spațiul de stare

Verlan A. F.¹, Polozhaenko S. A.²

¹Institutul de Probleme de Modelare în Energetică al Academiei Naționale de Științe din Ucraina, numit după G. E. Pukhov. Kiev, Ucraina

²Odessa Universitatea Politehnică Națională. Odessa, Ucraina

Rezumat. Analiza stării problemei asigurării calității și funcționării corespunzătoare a sistemelor și dispozitivelor electrice a fost efectuată, ceea ce a arătat că ar trebui avută în vedere nu numai fezabilitatea completă a monitorizării performanței lor în etapele de producție și de operare, ci și diagnosticarea potențială a sistemelor și dispozitivelor dezvoltate. În același timp, s-au constatat limitările suportului metodologic existent pentru efectuarea experimentelor de diagnosticare și s-a arătat că o posibilă soluție la această problemă este folosirea pentru diagnosticare în toate etapele ciclului de viață (în special proiectarea, fabricarea și funcționarea) sistemelor și dispozitivelor controlate, lipsa informațiilor de măsurare în timpul simulării schemelor lor utilizând modele adecvate. Scopul cercetării efectuate în cadrul lucrării este de a dezvolta în continuare metode orientate pe model pentru diagnosticarea stării tehnice a sistemelor și dispozitivelor electrice, care se realizează prin formalizarea sarcinii și dezvoltarea algoritmilor constructivi pentru localizarea subsistemelor defecte în spațiul de stare. În legătură cu acestea, se propune o metodă de diagnosticare a sistemelor liniare (dispozitive), care asigură testarea ipotezelor de lucru în descrierea lor (punctul este reprezentarea modelului) în spațiul de stare. Spre deosebire de cele existente, metoda permite, atunci când efectuați un experiment de diagnostic, evitarea măsurării potențialelor la nodurile subcircuitelor selectate (localizate). Acțiunea metodei propuse se aplică subsistemelor cu observare independentă și control independent. În primul caz, acestea sunt subsisteme ale căror schimbări de stare nu afectează starea. În cel de-al doilea caz, acestea sunt subsisteme pentru care schimbarea semnalelor de intrare nu afectează semnalele de ieșire.

Cuvinte-cheie: diagnosticare, metodă de diagnosticare, ipoteză despre capacitatea de lucru, model, localizarea unui subsistem defect.

Диагностирование линейных систем в пространстве состояний
Верлань А. Ф.¹, Положаенко С. А.²

¹Институт проблем моделирования в энергетике НАН Украины им. Г. Е. Пухова. Киев, Украина

²Одесский национальный политехнический университет. Одесса, Украина

Аннотация. Выполнен анализ состояния проблемы обеспечения качества и исправного функционирования электротехнических систем и устройств, который показал, что должна рассматриваться не только полная реализуемость текущего контроля их работоспособности на стадиях производства и эксплуатации, но и обеспечение потенциальной возможности диагностирования разрабатываемых систем и устройств – на стадии проектирования. При этом отмечена ограниченность имеющегося методического обеспечения по проведению диагностических экспериментов и указано, что возможное решение данной проблемы состоит в применении для диагностирования на всех этапах жизненного цикла (в частности, проектирования, изготовления и эксплуатации) контролируемых систем и устройств модельно-ориентированных методов, позволяющих покрыть дефицит измерительной информации в ходе моделирования их схем с использованием соответствующих моделей. Цель выполненного в работе исследования состоит в дальнейшем развитии модельно-ориентированных методов диагностирования технического состояния электротехнических систем и устройств, что достигается формализацией задачи и разработкой конструктивных алгоритмов локализации неисправных подсистем в пространстве состояний. В связи с этим предложен метод диагностирования линейных систем (устройств), обеспечивающий проверку гипотез о работоспособности при их описании (суть – представлении модели) в пространстве состояний. В отличие от имеющихся, метод позволяет, при проведении диагностического эксперимента, избегать измерений потенциалов в узлах, выделенных (локализованных) подсистем. Действие предложенного метода распространяется на подсистемы с независимым наблюдением и независимым управлением. В первом случае – это такие подсистемы, изменение состояния которых (в отдельности, при возникновении неисправности) не влияет на состояние, т. е. выходные сигналы, других подсистем. Во втором случае – это такие подсистемы, для которых изменение входных сигналов (для каждой в отдельности) не влияет на выходные сигналы других подсистем. Прикладные возможности метода в инженерной практике проиллюстрированы примером.

Ключевые слова: диагностирование, метод диагностирования, гипотеза о работоспособности, модель, локализация неисправной подсистемы.

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития электротехнических систем и устройств (ЭС и ЭУ) характеризуется возрастанием их сложности, связанным с увеличением и усложнением выполняемых функций, совершенствованием технологий производства, ужесточением требований к показателям качества и т.д., что, в конечном итоге, приводит к усложнению методов и средств диагностирования, обеспечивающих необходимые свойства систем и устройств [1, 5, 7-9, 12]. Несмотря на значительные достижения в области диагностирования работоспособного состояния ЭС и ЭУ, в связи с техническим развитием последних актуальными являются теоретические исследования [2, 6, 11] и практическое применение [3, 12-14] методов диагностирования как основы для обеспечения необходимых показателей работоспособности широкого класса ЭС и ЭУ, а также повышения достоверности оценок их технического состояния.

Анализ работ в области диагностирования технического состояния ЭС и ЭУ [1, 4, 15-18, 20-22] показывает, что важной, но в тоже время не в полной мере решенной, остается

проблема получения оценок работоспособности указанных систем и устройств при ограниченном доступе к измерениям или отсутствием возможности таковых (например, для ЭС и ЭУ, которые нельзя вывести из эксплуатации или при отсутствии резервирования, в частности для систем и устройств аварийной сигнализации).

МЕТОД ЛОКАЛИЗАЦИИ НЕИСПРАВНЫХ ПОДСИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Излагаемый метод является развитием *метода обучающих и проверочных характеристик* (метода ОПХ [19]) и позволяет выполнить проверку гипотез о работоспособности на случай описания ЭС и ЭУ в пространстве состояний. Отличительная особенность метода состоит в использовании в ходе диагностического эксперимента *моделей исследуемых систем и устройств*, что позволяет избегать (в условиях ограниченного доступа) измерения потенциалов в узлах локализованных подсистем (подсхем).

Представление динамических систем в пространстве состояний с дискретными переменными позволяет провести формализацию

процедур анализа и диагностирования сложных многомерных замкнутых систем, удобную для численной реализации средствами вычислительной техники и, кроме того, позволяет с единых позиций рассматривать линейные и нелинейные, стационарные и нестационарные системы.

Проблема, которая возникает при численном анализе и диагностировании динамических систем, состоит в учете задержек сигналов от выходов подсистем к выходу систем (в целом). Она решается выделением путей прохождения сигналов от выходов диагностируемой подсистемы и выходом системы (в целом) на каждом такте реализации уравнений, описывающих систему.

1. Подсистема с независимым наблюдением. Для систем, характеризующихся независимостью (*инвариантностью*) наблюдений подсистем, выполним формализацию задачи диагностирования.

Постановка задачи. Исправная диагностируемая система описывается уравнениями

$$\mathbf{X}^*(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{X}^*(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k), \quad \mathbf{X}^*(0) = \mathbf{X}_0^*, \quad (1)$$

$$\mathbf{y}^*(k) = \mathbf{C} \mathbf{X}^*(k), \quad (2)$$

где \mathbf{X}^* – вектор состояния системы размерности n ; \mathbf{u} , \mathbf{y}^* – векторы измеряемых входных и выходных сигналов, соответственно; \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} – известные матрицы соответственно размерностей $n \times n$, $n \times q$, $r \times n$; k – номер уравнения в системе (1).

В диагностируемой системе могут быть выделены подсистемы, каждая из которых описывается некоторой совокупностью уравнений из системы уравнений (1).

Одна из подсистем может быть неисправна. В результате неисправностей подсистема может стать нелинейной, нестационарной, изменить свой порядок и начальное состояние. Требуется, располагая моделью (1), (2), входными и выходными сигналами диагностируемой системы, определить неисправную подсистему.

Модель неисправной системы. Неисправную систему (в целом) представим, как состоящую из неисправной и исправной подсистем. Неисправная подсистема описывается известной зависимостью $\mathbf{Z}_i(k+1) = f_i[\mathbf{V}_i(k)]$, где

\mathbf{Z}_i , \mathbf{V}_i – векторы выходных и входных сигналов подсистем соответственно размерностей r_i и m_i .

Для описания исправной подсистемы удалим из системы уравнений (1) уравнения, описывающие подсистему S_i (далее будем использовать одно и то же обозначение S_i , дополняя его указанием в конкретном случае, является подсистема *исправной* или *неисправной*). Кроме того, выделим пути прохождения выходных сигналов исправной и неисправной подсистем. При этом матрица \mathbf{A} преобразуется в матрицы \mathbf{A}_i , \mathbf{N}_i , а матрица \mathbf{C} – в матрицы \mathbf{C}_i , \mathbf{P}_i .

В качестве иллюстрации образующихся при выделении подсистем связей в системе на рис. 1 приведена структурная схема системы с неисправной подсистемой S_i (здесь t^{-1} – оператор единичного запаздывания).

Выполним описание данной системы.

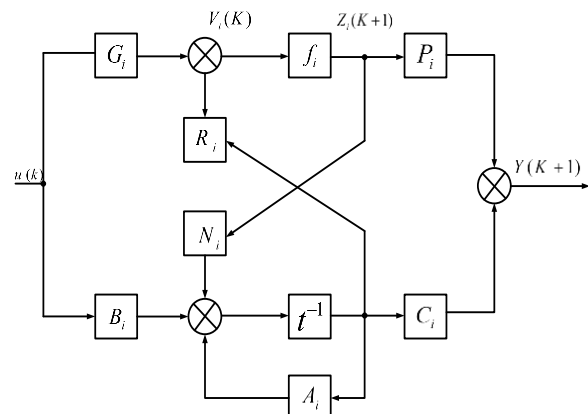


Рис. 1. Структурная схема системы с неисправной подсистемой S_i

Fig. 1. Block diagram of a system with a faulty subsystem

Исправная часть системы описывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{X}_i(k+1) &= \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{N}_i \mathbf{Z}_i(k) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{V}_i(k) &= \mathbf{R}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{G}_i \mathbf{u}(k), \\ \mathbf{Y}_i(k) &= \mathbf{C}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{P}_i \mathbf{Z}_i(k), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где \mathbf{X}_i – вектор переменных состояния исправной подсистемы, \mathbf{Y}_i – вектор выходных сигналов системы (в целом) при неисправной подсистеме S_i .

Вектор \mathbf{X}_i сформирован из вектора \mathbf{X}^* заменой нулями компонент, соответствующих переменным состояния исправной подсистемы S_i . Вектор \mathbf{Z}_i сформирован из вектора

\mathbf{X}^* заменой нулями компонент, которые не являются выходными переменными исправной подсистемы S_i (выходные сигналы исправной подсистемы S_i в нашем случае представляют собой компоненты вектора переменных состояния \mathbf{X}^*).

Формально матрицы \mathbf{A}_i , \mathbf{N}_i можно получить из матрицы \mathbf{A} , а матрицу \mathbf{B}_i из матрицы \mathbf{B} заменой нулями строк, соответствующих уравнениям, описывающих исправную подсистему S_i . Кроме того, в матрице \mathbf{A}_i нулями заменены все столбцы, элементы которых не являются сомножителями переменных состояния \mathbf{X}_i исправной подсистемы, в матрице \mathbf{N}_i нулями заменены все столбцы, элементы которых не являются сомножителями вектора переменных \mathbf{Z}_i .

Матрица \mathbf{C}_i получена из матрицы \mathbf{C} заменой нулями столбцов, элементы которых не являются сомножителями вектора переменных состояния \mathbf{X}_i , а матрица \mathbf{P}_i получена из матрицы \mathbf{C} заменой нулями столбцов, элементы которых не являются сомножителями вектора переменных \mathbf{Z}_i .

Матрица \mathbf{R}_i размерности $m_i \times n$ выделяет из вектора \mathbf{X}_i (в соответствующих клетках матрицы стоят единицы) компоненты, являющиеся входными сигналами неисправной подсистемы S_i .

Матрица \mathbf{G}_i размерности $m_i \times q$ выделяет из матрицы \mathbf{u} (в соответствующих клетках матрицы стоят единицы) компоненты, являющиеся входными сигналами подсистемы S_i .

В описании исправной подсистемы неисправной системы (в целом) векторы и матрицы формируются заменой нулями компонент, а не их удалением из исходных векторов и матриц для того, чтобы упростить соблюдение размерностей при анализе системы в матричном виде.

Наблюдаемость и различимость подсистем. Введем определение.

Определение 1. Некоторую неисправную подсистему S_i будем называть *наблюдаемой*, если по измерениям входных и выходных сигналов системы (в целом) можно определить выходной сигнал $\mathbf{Z}_i(0)$ подсистемы S_i .

Возможны две ситуации:

— начальное состояние исправной подсистемы известно;

— начальное состояние исправной подсистемы неизвестно (состояние неисправной подсистемы всегда известно).

Получим критерий наблюдаемости неисправной подсистемы S_i , когда известно начальное состояние $\mathbf{X}_i(0)$ в случае исправной подсистемы.

Как следует из (3), выходные сигналы системы с неисправной подсистемой S_i определяются зависимостью

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y_i(0) \\ Y_i(1) \\ \vdots \\ Y_i(v_i) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_i \\ C_i A_i \\ \vdots \\ C_i A_i^{v_i} \end{bmatrix} \mathbf{X}_i(0) + \\ &+ \begin{bmatrix} P_i & & & \\ C_i N_i & P_i & & \\ \vdots & & \ddots & \\ C_i A_i^{v_i-1} N_i & C_i A_i^{v_i-2} \dots P_i & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_i(0) \\ Z_i(1) \\ \vdots \\ Z_i(v_i) \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & & & \\ C_i B_i & 0 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ C_i A_i^{v_i-1} B_i & C_i A_i^{v_i-2} B_i \dots C_i B_i & & \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(v_i - 1) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4)$$

В матричном виде систему уравнений (4) запишем, соблюдая соответствие слагаемых, следующим образом:

$$\Lambda_i(v_i) = \Psi_i^{(v_i)} \mathbf{X}_i(0) + \Phi_i^{(v_i)} \boldsymbol{\mu}_i(v_i) + \theta_i^{(v_i)} \mathbf{U}(v_i - 1), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_i(v_i) &= [Y_i(0), \dots, Y_i(v_i)]^T, \\ \boldsymbol{\mu}_i(v_i) &= [Z_i(0), \dots, Z_i(v_i)]^T, \\ \mathbf{U}(v_i - 1) &= [u(0), \dots, u(v_i - 1)]^T. \end{aligned}$$

Поскольку в формируемую систему уравнений для определения $\mathbf{Z}_i(0)$ не должны входить неизвестные значения $\mathbf{Z}_i(k)$; $k \geq 1$, то из (4), (5) необходимо исключить уравнения, содержащие $\mathbf{Z}_i(k)$; $k \geq 1$. При этом (5) преобразуется к виду

$$\Lambda_i(v_i) = \mathbf{K}_i^{(v_i)} \mathbf{X}_i(0) + \mathbf{F}_i^{(v_i)} \mathbf{Z}_i(0) + \mathbf{Q}^{(v_i)} \mathbf{U}(v_i - 1). \quad (6)$$

Обозначим

$$\Delta \mathbf{Z}_i(0) = \Delta \mathbf{Z}_i(0) - \Delta \mathbf{Z}_i^*(0) \text{ и} \\ \Delta \Lambda_i(v_i) = \Lambda_i(v_i) - \Lambda_i^*(v_i). \quad (7)$$

где $\Lambda_i^*(v_i)$ – вектор выходных сигналов исправной системы, определяемый путем расчетов или замеров сигналов исправного экземпляра системы.

Из (6) следует

$$\Delta \Lambda_i(v_i) = \mathbf{F}_i^{(v_i)} \Delta \mathbf{Z}_i(0). \quad (8)$$

Матрицу $\mathbf{F}_i^{(v_i)}$ будем называть *матрицей наблюдаемости* неисправной подсистемы S_i .

Формально матрицу $\mathbf{F}_i^{(v_i)}$ можно получить по следующему алгоритму:

— сформировать матрицу

$$\begin{bmatrix} P_i \\ \text{-----} \\ C_i N_i \\ \text{-----} \\ \vdots \\ \text{-----} \\ C_i A_i^{v_i-1} N_i \end{bmatrix},$$

— в очередной составляющей матрице, отделенной штриховыми линиями, удалить строки, соответствующие номерам ненулевых строк предыдущих составляющих матриц (в данном случае для сохранения размерности матриц с целью обеспечения удобства их сопоставления строки не удаляются, а заменяются прочерком).

Утверждение 1. Подсистема S_i наблюдаема в том и только том случае, если существует такое значение v_i , что ранг матрицы $\mathbf{F}_i^{(v_i)} = n_i$.

Справедливость утверждения следует из условия разрешимости уравнения (8) относительно $\Delta \mathbf{Z}_i(0)$.

Уравнение, составленное относительно оцениваемой величины, будем называть *диагностическим*. В данном случае диагностическим является уравнение (8).

Обозначим через H_i гипотезу о том, что неисправна подсистема S_i . Гипотеза H_i проверяется путем формирования диагностического уравнения (8) и проверки его совместности.

Если уравнение (8) совместно, то гипотеза H_i принимается и подсистема S_i считается неисправной, если (8) не совместно, то гипотеза H_i не принимается.

Будем говорить, что подсистемы S_i, S_j *неразличимы*, если гипотеза H_i принимается как при неисправной подсистеме S_i , так и неисправной подсистеме S_j .

Уравнение (8) составлено относительно $\mathbf{Z}_i(0)$ на отрезке времени $[0, v_i]$. Для уверенного распознавания гипотезы может потребоваться проверка совместности диагностического уравнения, составленного относительно $\mathbf{Z}_i(\eta)$ на отрезке $[\eta, \eta + v_i]$, $\eta \geq 0$ при $\Delta \Lambda_i(\eta + v_i) \neq \mathbf{0}$.

Подсистемы S_i, S_j неразличимы при гипотезе H_i в том и только том случае, если при неисправной подсистеме S_j существует такое значение $\Delta \mathbf{Z}_i(0)$, что $\Delta \Lambda_i(v_i) = \Delta \Lambda_{i,j}(v_i)$, где $\Delta \Lambda_{i,j}(v_i)$ – вектор, образованный из компонент вектора выходных сигналов системы с неисправной подсистемой S_j , соответствующих компонентам вектора $\Delta \Lambda_i(v_i)$.

Выходные сигналы системы с неисправной подсистемой S_j описываются выражением (5) при замене индекса i на индекс j . При этом $\Delta \Lambda_{i,j}(v_i)$ определяется зависимостью

$$\Delta \Lambda_{i,j}(v_i) = \Phi_{j,i}^{(v_i)} \Delta \mu_i(v_i), \quad (9)$$

где $\Phi_{j,i}^{(v_i)}$ – матрица, полученная из матрицы $\Phi_j^{(v_i)}$ удалением строк, для которых не существует компонент в векторе $\Delta \Lambda_i(v_i)$.

С учетом (8), (9) равенство $\Delta \Lambda_i(v_i) = \Delta \Lambda_{i,j}(v_i)$ запишем в виде

$$\mathbf{F}_i^{(v_i)} \Delta \mathbf{Z}_i(0) = \Phi_{j,i}^{(v_i)} \Delta \mu_i(v_i). \quad (10)$$

Утверждение 2. Подсистемы S_i, S_j различимы при гипотезе H_i , если

$$\text{ранг} \left[\mathbf{F}_i^{(v_i)} \mid \Phi_{j,i}^{(v_i)} \right] = \eta_i + \text{ранг} \Phi_{j,i}^{(v_i)}. \quad (11)$$

Заметим, что матрица $\Phi_{j,i}^{(v_i)}$ может иметь произвольный ранг. Справедливость утверждения следует на условия линейной независимости $\Delta\mu_i(v_i)$, $\Delta Z_i(0)$.

Аналогично (11) можно получить условие различимости подсистем S_i , S_j при гипотезе H_i для случая, когда начальное состояние исправной подсистемы неизвестно.

2. Подсистемы с независимым управлением. Рассмотрим системы, характеризующиеся независимостью (инвариантностью) управлений подсистем.

Входные сигналы неисправной подсистемы S_i на интервале $[0, \eta]$ согласно (3) определяются зависимостью.

$$\begin{bmatrix} V_i(0) \\ V_i(1) \\ \vdots \\ V_i(\eta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_i \\ R_i A_i \\ \vdots \\ R_i A_i^\eta \end{bmatrix} \mathbf{X}_i(0) + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ R_i N_i & & 0 & \\ \vdots & & & \\ R_i A_i^{\eta-1} N_i & R_i A_i^{\eta-2} N_i & \dots & R_i N_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} Z_i(0) \\ Z_i(1) \\ \vdots \\ Z_i(\eta) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & & & \\ R_i B_i & & G_i & \\ \vdots & & & \\ R_i A_i^{\eta-1} B_i & R_i A_i^{\eta-2} B_i & \dots & G_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u(0) \\ u(1) \\ \vdots \\ u(\eta) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

В матричном виде систему уравнений (12) запишем следующим образом:

$$\mathbf{V}_i(\eta) = \mathbf{E}_i^{(\eta)} \mathbf{X}_i(0) + \mathbf{\Gamma}_i^{(\eta)} \boldsymbol{\mu}_i(\eta-1) + \mathbf{W}_i^{(\eta)} \mathbf{U}(\eta) \quad (13)$$

Входные сигналы $\mathbf{V}_j(\eta)$ подсистемы S_j при гипотезе H_i определяются системой уравнений (12) при замене матриц \mathbf{R}_i , \mathbf{G}_i на \mathbf{R}_j , \mathbf{G}_j . При этом $\mathbf{V}_j(k)$ определяется k -м уравнением системы уравнений (12).

Определение 2. Подсистемы S_i , S_j будем называть подсистемами с независимым управлением при гипотезе H_i , если для каждой компоненты $V_{j,s}(k)$ вектора $\mathbf{V}_j(k)$ существует такое значение $k = k_s$, что переменная $V_{j,s}(k_s)$ линейно независима с вектором $\mathbf{V}_i(\eta)$.

Для линейно независимых $V_i(\eta)$, $V_{j,s}(k_s)$ существуют входные сигналы системы, обеспечивающие изменение $V_{j,s}(k_s)$ при неизменном значении $\mathbf{V}_i(\eta)$. Если при изменении входных сигналов системы на $\Delta U(\eta)$ входные сигналы подсистемы S_i не меняются, то не меняются и ее выходные сигналы. На основе выше изложенного, сформулируем утверждение.

Утверждение 3. Подсистемы S_i , S_j имеют независимые управления при гипотезе H_i в том случае, если существуют такие значения k_s , $s = \overline{1, m_j}$, для которых выполняется

$$\text{ранг}[\mathbf{W}_i^{(\eta)} \mathbf{V}_j(k_s)]^\Gamma = \text{ранг} \mathbf{W}_i^{(\eta)} + 1. \quad (14)$$

Для проверки гипотезы H_i сформируем входные сигналы системы $\mathbf{u}^{od}(v_i - 1)$, $\mathbf{u}^{np}(v_i - 1)$ (обучающие, проверочные), обеспечивающие вариацию переменной $V_{j,s}(k_s)$ при неизменном значении $V_i(\eta)$. Эти сигналы могут быть произвольными, но должны отличаться на некоторую величину $\Delta u(\ell)$. Тогда, задав $\mathbf{u}^{od}(v_i - 1)$, получим $\mathbf{u}^{np}(v_i - 1) = \mathbf{u}^{od}(v_i - 1) + \Delta u(\ell)$.

Пусть имеется возможность установки неисправной системы в начальное состояние, которое для исправной части системы известно, а для неисправной подсистемы S_i неизвестно. В этом случае процедура проверки гипотезы H_i следующая.

1. Система устанавливается в начальное состояние, и при $\mathbf{u}^{od}(v_i - 1)$ определяется согласно (7) матрица $\Delta \Lambda_i^{od}(v_i)$.
2. Система устанавливается в начальное состояние, и, при $\mathbf{u}^{np}(v_i - 1)$, определяется матрица $\Delta \Lambda_i^{np}(v_i)$.
3. Проверяется совместность системы уравнений

$$\begin{bmatrix} \Delta \Lambda_i^{od}(v_i) \\ \Delta \Lambda_i^{np}(v_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_i^{(v_i)} \\ \mathbf{F}_i^{(v_i)} \end{bmatrix} \times \Delta Z_i(0), \quad (15)$$

что эквивалентно проверке равенства $\Delta \Lambda_i^{od}(v_i) = \Delta \Lambda_i^{np}(v_i)$.

Если система уравнений (15) несовместна, то гипотеза H_i не принимается; если система

уравнений (15) совместна, то это не противоречит гипотезе H_i .

Для окончательной проверки гипотезы H_i совместность системы уравнений (15) необходимо проверить при входных сигналах, обеспечивающих вариацию входных сигналов всех подсистем, имеющих с подсистемой S_i независимые управления. Заметим, что входные сигналы $\mathbf{u}^{od}(\nu_i - 1)$, $\mathbf{u}^{np}(\nu_i - 1)$, обеспечивающие вариацию входных сигналов подсистемы S_j , обычно обеспечивают также вариацию входных сигналов других подсистем. Это позволяет при одних и тех же входных сигналах системы (в целом) обеспечить различимость подсистемы S_i с несколькими подсистемами.

Проиллюстрируем полученные теоретические положения на примере.

Пример. Пусть исправная система, структурная схема которой представлена на рис 2, описывается моделью вида (1), (2).

При этом соответствующие матрицы представляются как:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

В результате неисправностей могут достаточно произвольно изменяться описания подсистем 1 – 4 и связи между ними. В данном случае неисправна подсистема 4, описание которой имеет вид $\mathbf{X}_4(k+1) = [\mathbf{X}_4(k) - \mathbf{X}_3(k)]^2$, $\mathbf{Z}_4(k) = \mathbf{X}_4(k)$. Начальное состояние системы $\mathbf{X}(0) = [\mathbf{X}_1(0), \mathbf{X}_2(0), \mathbf{X}_3(0), \mathbf{X}_4(0)]^T = (1, 2, 3, 4)^T$ – неизвестно.

Место неисправности будем определять проверкой соответствующих гипотез. Выделим подсистемы S_1, S_2 . Полагая, что неисправной может быть одна из этих подсистем, заметим, что в подсистеме S_2 могут изменяться связи между подсистемами 2 – 4.

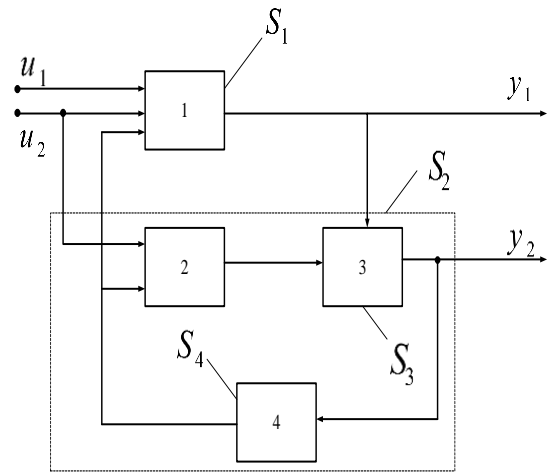


Рис. 2. Структурная схема исправной системы

Fig. 2. Block diagram of a working system

Получим исходные векторы и матрицы при оценке различимости подсистем и формировании диагностического уравнения для гипотезы H_1 :

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_1(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ X_2(0) \\ X_3(0) \\ X_4(0) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z}_1(0) = \begin{bmatrix} Z_1(0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Число оцениваемых компонент вектора $\mathbf{X}_1(0)$ равно трем ($\ell_1 = 3$), а вектора $\mathbf{Z}_1(0)$ – единице ($n_1 = 1$).

Диагностическое уравнение для проверки гипотезы H_1 при $\nu_1 = 2$ имеет вид

$$\Lambda_1(2) - \mathbf{Q}_1^{(2)} \mathbf{u}(1) = \left[\mathbf{F}_1^{(2)} \middle| \mathbf{K}_1^{(2)} \right] \times \begin{bmatrix} Z_1(0) \\ X_1(0) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

где

$$\Lambda_1(2) = \begin{bmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \\ y_3(0) \\ \text{---} \\ - \\ y_2(1) \\ y_3(1) \\ \text{---} \\ - \\ y_3(2) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_1^{(2)} = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{F}_2^{(1)} = \begin{bmatrix} 0000 \\ 0010 \\ 0001 \\ \text{---} \\ 0001 \\ - \\ - \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_2^{(1)} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ \text{---} \\ 1000 \\ - \\ - \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}(0) = \begin{bmatrix} u_1(0) \\ u_2(0) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_1^{(2)} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ \text{---} \\ - \\ 1000 \\ 0000 \\ \text{---} \\ - \\ - \\ 1000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_1^{(2)} = \begin{bmatrix} 0000 \\ 0010 \\ 0001 \\ \text{---} \\ - \\ 0110 \\ 0011 \\ \text{---} \\ - \\ - \\ 0121 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbf{Z}_2(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ Z_3(0) \\ Z_4(0) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_2(0) = \begin{bmatrix} X_1(0) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Заметим, что интервал наблюдения за системой $[0, \nu_2 = 1]$ при гипотезе H_2 увеличить нельзя, так как при $k > \nu_2 = 1$ из формируемой системы диагностических уравнений удаляются все уравнения.

Поскольку $\text{ранг} \left[\mathbf{F}_1^{(2)} \mid \mathbf{K}_1^{(2)} \right] = n_1 + \ell_1 = 4$, то неисправная подсистема S_1 наблюдаема.

Поскольку $\text{ранг} \left[\mathbf{F}_2^{(1)} \mid \mathbf{K}_2^{(1)} \right] = n_2 + \ell_2 = 3$, то неисправная подсистема S_2 наблюдаема.

Диагностическое уравнение для проверки гипотезы H_2 при $\nu_2 = 1$ следующее:

Оценим различимость подсистем S_1, S_2 при гипотезе H_1 . Имеем

$$\Lambda_2(1) - \mathbf{Q}_2^{(1)} \mathbf{u}(1) = \left[\mathbf{F}_2^{(1)} \mid \mathbf{K}_2^{(1)} \right] \times \begin{bmatrix} Z_2(0) \\ X_2(0) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где при $n_2 = 2; \ell_2 = 1$

$$\Lambda_2(1) = \begin{bmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \\ y_3(0) \\ \text{---} \\ y_1(1) \\ - \\ - \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_2^{(1)} = \begin{bmatrix} 00 \\ 00 \\ 00 \\ \text{---} \\ 11 \\ - \\ - \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{2,1}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0000 \\ 0010 \\ 0001 \\ \text{---} \\ - \\ 0000 & 0010 \\ 0000 & 0001 \\ \text{---} \\ - & - & - \\ - & - & - \\ 0000 & 0000 & 0001 \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{2,1}^{(2)} = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0000 \\ 0000 \\ - \\ - \\ 0000 \\ 0000 \\ - \\ - \\ 0000 \end{bmatrix}$$

Так как ранг $[\mathbf{F}_1^{(2)} | \mathbf{K}_1^{(2)} | \mathbf{\Phi}_{2,1}^{(2)} | \Psi_{2,1}^{(2)}] = 6 >$

$> n_1 + \ell_1 = 4$, то подсистемы S_1, S_2 при гипотезе H_1 различимы для широкого класса неисправностей. Аналогичным образом можно убедиться, что подсистемы S_1, S_2 при гипотезе H_4 также различимы.

При $u_1(k) = 1, u_2(k) = 2; k = 0, 1$ выходные сигналы неисправной системы следующие:

$$\begin{aligned} y_1(0) = 1, y_2(0) = 3, y_3(0) = 4, y_1(1) = 8, y_2(1) = 6, \\ y_3(1) = 1, y_1(2) = 12, y_2(2) = 22, y_3(2) = 25. \end{aligned}$$

Подставив значения входных и выходных сигналов системы в диагностические уравнения (16), (17), можно убедиться, что система уравнений (10) несовместна, а (11) – совместна. При этом $X_1(0) = 1, Z_2(0) = 2, Z_3(0) = 3$. Следовательно, гипотеза H_2 принимается, и подсистема S_2 считается неисправной.

На примере проверки подсистемы S_4 (гипотеза H_4) рассмотрим процедуру диагностирования подсистем с независимым управлением S_3, S_4 . Далее будут использоваться только выходы системы y_2, y_3 . При этом матрица \mathbf{C} меняется на матрицу $\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 0010 \\ 0001 \end{bmatrix}$.

Исходные векторы и матрицы для формирования диагностического равенства при гипотезе H_4 следующие:

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \\ 1110 \\ 0000 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{N}_4 = \begin{bmatrix} 0001 \\ 0001 \\ 0000 \\ 0000 \end{bmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{C}}_4 = \begin{bmatrix} 0010 \\ 0000 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{P}}_4 = \begin{bmatrix} 0000 \\ 0001 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_4 = \begin{bmatrix} 11 \\ 01 \\ 00 \\ 00 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_4(0) = \begin{bmatrix} X_1(0) \\ X_2(0) \\ X_3(0) \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z}_4(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Z_4(0) \end{bmatrix}.$$

Диагностическое равенство при $v_4 = 2$ имеет вид

$$\begin{bmatrix} y_2(0) \\ y_3(0) \\ - \\ y_2(1) \\ - \\ y_2(2) \end{bmatrix}_{\text{од}} - \begin{bmatrix} y_2(0) \\ y_3(0) \\ - \\ y_2(1) \\ - \\ y_2(2) \end{bmatrix}_{\text{пр}} = \begin{bmatrix} 00 \\ 00 \\ - \\ 00 \\ - \\ 12 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta u_1(0) \\ \Delta u_2(0) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Входные сигналы проверяемой подсистемы S_4 определяются зависимостью

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_4(k) = \mathbf{X}_3(k) = \mathbf{R}_4 \mathbf{X}_4(k) + \\ + \mathbf{G}_4 \mathbf{u}(k) = [0010] \mathbf{X}_4(k), \quad \mathbf{G}_4 = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Входные сигналы подсистемы S_3 при гипотезе H_4 определяются выражениями

$$\mathbf{V}_3(k) = \begin{bmatrix} V_{3,1}(k) \\ V_{3,2}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X(k) \\ X_2(k) \end{bmatrix} = \mathbf{R}_3,$$

$$\mathbf{X}_4(k) = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0100 \end{bmatrix} \mathbf{X}_4(k), \quad \mathbf{G}_3 = \mathbf{0}.$$

Вариацию входных сигналов системы $\Delta u(0)$, обеспечивающих постоянство вектора $\mathbf{V}_4(1) = [\mathbf{V}_4(0), \mathbf{V}_4(1)]^T$ и вариацию переменной $V_{2,1}(1)$, найдем из системы уравнений.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_4(1) = 0 \\ - \\ \Delta V_{3,1}(1) = 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_4^{(1)} \\ - \\ \omega_{3,4}^{(1)} \end{bmatrix} \cdot \Delta u(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ - \\ 1 \ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_1(0) \\ \Delta u_2(0) \end{bmatrix},$$

где

$$\mathbf{W}_4^{(1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_4 & | & \\ - & - & - \\ \mathbf{R}_4 \ \mathbf{B}_4 & | & \mathbf{G}_4 \end{bmatrix} = \mathbf{0},$$

$\omega_{3,4}^{(1)}$ – первая строка (без нулевых столбцов) матрицы

$$\omega_{3,4}^{(1)} = \left[\mathbf{R}_3 \mathbf{B}_4 \mid \mathbf{G}_4 \right] = \left[\begin{array}{c|cc} 11 & 0 & 0 \\ \hline 01 & 0 & 0 \end{array} \right].$$

Имеем $\Delta u(0) = (2, 3)^T$. Задав $u^{od}(0) = (1, 2)^T$, получим $u^{np}(0) = (3, 5)^T$.

Процедура проверки гипотезы H_4 :

1. Подав на систему $u^{od}(0)$, получим

$$\Lambda_4^{od}(2) = [y_2(0) = 3, y_3(0) = 4, y_2(1) = 6, y_2(2) = 22]^T.$$

2. Установив систему в начальное (неизвестное) состояние, при $u^{np}(0)$ имеем

$$\Lambda_4^{np}(2) = [y_2(0) = 3, y_3(0) = 4, y_2(1) = 6, y_2(2) = 30]^T$$

3. Проверив на основе полученных данных равенство (18), убеждаемся, что оно выполняется. Гипотеза H_4 принимается, и подсистема S_4 считается неисправной.

ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Изложенный метод, как и базовый метод ОПХ, разработан для использования в условиях ограниченного доступа к узлам схемы диагностируемой ЭС или ЭУ и позволяет локализовать неисправные подсистемы независимо от вида возникшей неисправности.

После проведения анализа различимости подсистем, результаты проверки каждой гипотезы являются надежными, т.е. не требуют хранения и проверки других гипотез. При применении метода локализованные подсистемы являются непересекающимися, а их выделение может производиться оперативно в процессе диагностирования и не накладывает никаких ограничений.

В практических приложениях для локализации неисправных подсистем в линейных схемах предложенный метод сводится к формированию инвариантных соотношений, представляющих собой определенный словарь неисправностей, причем он (метод) позволяет значительно снизить как количество требуемых замеров, так и объем вычислений.

Литература (References)

[1] Armor A. F. Expert systems for power plants: the floodgates are opening. *Power Engineering*, 2009, vol. 93, no 7, pp. 29—33.

- [2] Bilski A., Wojciechowski J. Automatic parametric fault detection in complex analog systems based on a method of minimum node selection. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2016, vol. 26, no 3, pp. 655—668. DOI: 10.1515/amcs-2016-0045.
- [3] Bowman R. J., Lane D. J A knowledge based system for analog integrated circuit design. *IEEE Int. Conf. Computer Aided Design*, 1988. — pp. 210—212.
- [4] Catelani M., Giraldi S. A measurement system for fault detection and fault isolation of analog circuits. *Int. Journ. Measurement*, 1999, vol. 25, no 2, pp. 115—122.
- [5] Catelani M., Fort A. Soft fault detection and isolation in analog circuits: some results and a comparison between a fuzzy approach and radial basis function networks. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2002, vol. 51, Issue: 2, pp. 196—202 DOI: 10.1109/19.997811.
- [6] Czaja Z. A fault diagnosis algorithm of analog circuits based on node-voltage relation. *IEEE 12th IMEKO TC1 & TC7 Joint Symposium on Man Science & Measurement*, 2008, vol. 3 — 5, pp. 297—304.
- [7] Dong H., Ma T., He B., Liu G. Multiple-fault diagnosis of analog circuit with fault tolerance. *IEEE 2017 6th Data Driven Control and Learning Systems (DDCLS)*, 2017, pp. 167 — 172. DOI: 10.1109/DDCLS.2017.8068085.
- [8] Fedi G., Manetti M., Piccirilli M. Cristina, Starzyk J. Determination of an Optimum Set of Testable Components in the Fault Diagnosis of Analog Linear Circuits. *IEEE Transactions on circuits and systems—i: fundamental theory and applications*, 1999, vol. 46, no 7, pp. 778—787.
- [9] Fujii N., Shibata H. Analog Circuit Synthesis Based on Reuse of Topological Features of Prototype Circuits. *IEICE Trans Fundam Electron Commun Comput Sci*, 2001, vol. E84-A, no.11, pp. 2778—2784.
- [10] Halgas S. Multiple soft fault diagnosis of nonlinear circuits using the fault dictionary approach. *Bulletin of the polish academy of sciences technical sciences*, 2008, vol. 56, no 1, pp. 53—57.
- [11] Huang W.-H., Wey C.-L. Diagnosability analysis of analogue circuits. *Int. Journal Circuit Theory and Applications*, 1998, vol. 26, Issue 5, pp. 439—451.
- [12] Huang J.-L., Tim Cheng K.-T. Test point selection for analog fault diagnosis of unpowered circuit boards. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II Analog and Digital Signal Processing*, 2000, vol. 47, no 10, pp. 977—987. DOI: 10.1109/82.87714091.
- [13] Gertler J. J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. *IEEE Control Systems Magazine*, 1988. no 12, pp. 3—11.

- [14] Jiang Ben-Lu., Wey Chin-Long, Fan Li-Juan. Fault prediction for analog circuits. *Int. Journal Circuits, Systems and Signal Processing*, 2008, vol. 3, Issue 5, pp. 95—109.
- [15] Luo H., Lin H., Wang Y., Jiang Y. Module level fault diagnosis for analog circuits based on system identification and genetic algorithm. *Measurement*, 2012, vol. 45, no 4, pp. 769—777. DOI: 10.1016/j.measurement. 2011.12.010.
- [16] Mejía-Aguilar, Pallàs-Areny R. A. Electrical impedance measurement using pulse excitation. *IEEE 16th IMEKO TC4 Symposium Exploring New Frontiers of Instrumentation and Methods for Electrical and Electronic Measurements*, 2009, pp. 374—382.
- [17] Netamand G., Yadav A. Fault detection, classification and section identification on distribution network with D-STATCOM using ANN. *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*, 2008, vol. 3, no 23, pp. 150—157.
- [18] Salama Aly E., Bandler J. W., Starzyk J. A. A Unified Decomposition Approach for Fault Location in Large Analog Circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems CAS*, 1984, vol. 31, pp. 609 — 622. DOI: 10.1109/TCS.1984.1085558.
- [19] Verlan A., Polozhaenko S. Formalization of Representation of Sequence of Test Hypotheses In Diagnosing Electronic Schemes. *Proceedings of the 2018 IEEE 38th International Conference «Electronics and Nanotechnology» (IEEE Xplore Digital Library.)*, 2018. — pp. 548—552.
- [20] Worsman L., Wong M. W. T. Non-linear analog circuit fault diagnosis with large change sensitivity. *Int. J. Cir. Theor.*, 2000. Appl. 28, pp. 281—303.
- [21] Wu C. C., Nakajima K., Wei C. L., Saeks R. Analog fault diagnosis with failure bounds. *IEEE Trans., CAS-29*, 1982, pp. 277—284.
- [22] Zhao D., He Y. A new test points selection method for analog fault dictionary techniques. *Journal Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 2015, vol. 82, Issue 2, pp. 435—448. DOI d10.1007/ s10470-014-0469-8.

Сведения об авторах.



Верлан Анатолий Федорович, член-корреспондент НАПН Украины, д.т.н., профессор, главный научный сотрудник института проблем моделирования в энергетике им. Г.Е.Пухова НАН Украины.

Научные интересы:

математическое моделирование физических и информационных процессов применительно к исследованию и разработке технических систем, методы построения и численной реализации интегральных уравнений и операторов, решение обратных задач при восстановлении сигналов и изображений, интеллектуализация методов и средств компьютерного обучения и управления.

E-mail: averlan@gmail.com



Положаенко Сергей Анатольевич, заведующий кафедрой «Компьютеризированные системы управления», доктор технических наук, профессор, Одесский национальный политехнический университет.

Научные интересы:

математическое моделирование, идентификация и управление технологическими процессами.

E-mail:

sanp277@gmail.com