

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НОРМИРОВАННЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ РЕЗИСТИВНЫХ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Пенин А. А.

(Институт Электронной Инженерии и Нанотехнологий АН Молдовы им. Д.Гицу)

Аннотация. Анализируются известные показатели эффективности силовых устройств на основе различных соотношений мощностей на входе, выходе и мощности потерь. Отмечается большое количество, по сути, формально введенных показателей. Рассмотрен более обоснованный подход к оценке эффективности по отношению к эталонному режиму - метод эталона. Такой подход уже использует определенную математическую модель, но проявляется необходимость обоснования выражений предлагаемых критериев эффективности. В настоящей работе развивается и обосновывается метод эталона на примере резистивного четырехполюсника с изменяемым затуханием. Геометрическая интерпретация семейства энергетических характеристик приводит к целесообразности введения «идеализированного» четырехполюсника помимо эталонного четырехполюсника. Это позволяет обосновать выражения для изменения эффективности по мощности и КПД; ввести удельные показатели эффективности, которые включают в себя параметры загрузки.

Ключевые слова: показатель эффективности, четырехполюсник, энергетические характеристики, проективная геометрия.

DETERMINAREA INDICILOR DE EFICIENȚĂ ENERGETICĂ NORMAȚI AI CIRCUITELOR CVADRIPOL REZISTIVE

Penin A.A. *(Institutul de Inginerie Electronică și Nanotehnologii D. Ghițu)*

Rezumat. Se analizează indicatorii de eficiență cunoscuți ai dispozitivelor de putere în baza diferitor proporții de capacitate la intrare, ieșire și puterea disipată. Se observă un număr mare de indicatori introduși, de fapt, formal. Se examinează o abordare mai rezonabilă pentru evaluarea eficienței în raport cu modul de referință - metoda standard. În această abordare este utilizat un anumit model matematic, însă apare necesitatea argumentării criteriilor de performanță propuse. În această lucrare se aplică și argumentează metoda standard, ca exemplu fiind luat circuitul cuadripolar rezistiv cu amortizare variabilă. Interpretarea geometrică a seriei de caracteristici energetice indică oportunitatea introducerii unui circuit cuadripolar „idealizat”, în plus la cel standard. Acest lucru permite justificarea modificării expresiei de eficiența de putere și a randamentului, și introducerea indicilor de eficiență specifici care includ parametrii sarcinii.

Cuvinte-cheie: Indice de eficiență, circuit cuadripolar, caracteristici de putere, geometrie proiectivă.

DEFINITION OF NORMALIZED ENERGY EFFICIENCY INDICES OF RESISTIVE TWO-PORT NETWORKS

Penin A. A. *(Ghitu Institute of the Electronic Engineering and Nanotechnologies)*

Abstract The aim of the work was analysis of efficiency indices of power converters on the basis of various expressions of input and output power and power losses. A large number of per se formally introduced indices were marked. The most reasonable approach to an efficiency evaluation in relation to a reference regime was considered. It was method of comparison with standard. Such approach used a certain mathematical model. Also, necessity of justification of offered efficiency criteria expressions has been shown. Method of comparison with standard has been demonstrated and validated on example of resistive two-port network with changeable attenuation. Geometrical interpretation of power characteristic family led to introduction of the "idealized" two-port network besides the standard one.

Keywords: Efficiency index, two-port network, power characteristics, projective geometry.

1. Проблема определения нормированных энергетических показателей

В теории электрических цепей, силовой электронике, энергетике известен класс родственных задач, связанных с оценкой эффективности преобразования или передачи энергии. Под эффективностью понимается способность силового устройства (преобразователя напряжения) обеспечить высокий КПД при прочих равных условиях [1]. Эффективность соответствующего силового устройства определяется как его собственными параметрами (потерями), так и режимом работы или загрузки.

Рассмотрим особенности учета режима работы при определении эффективности.

Согласно определению, КПД η или коэффициент передачи мощности K_p представляет удельный показатель

$$K_p = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_1}{P_1 + P_{10}}, \quad (1)$$

где $P_1, P_{10}, P_0 = P_1 + P_{10}$ соответственно мощность на выходе, мощность потерь и мощность на входе.

Вводят и другие удельные показатели. Например, в [2] используются:

удельный расход

$$b = \frac{P_0}{P_1}, \quad (2)$$

удельные потери по выходной

$$\delta_1 = \frac{P_{10}}{P_1} = b - 1 \quad (3)$$

и входной мощности

$$\delta_0 = \frac{P_{10}}{P_0}. \quad (4)$$

Также, оценка энергоэффективности может быть проведена по следующим показателям [3, 4]:

абсолютные потери мощности

$$\Delta P = P_0 - P_1, \quad (5)$$

удельные потери мощности (относительная энергетическая эффективность)

$$\frac{\Delta P}{P_H} = \frac{1 - \eta}{\eta}, \quad (6)$$

где P_H - номинальная мощность (двигателя).

Но само значение КПД ещё ничего не говорит об эффективности самого устройства. Поэтому указывается зависимость КПД от мощности [5]. Также, в [1] предложено помимо КПД или потерь КПД, $\Delta K_p = 1 - K_p$, рассматривать потери КПД на единицу мощности

$$\frac{\Delta K_p}{P_1}. \quad (7)$$

Но в ряде случаев этих удельных показателей не достаточно, чтобы сравнить режим или эффективность разных устройств. Ведь каждое устройство характеризуется

ещё своими энергетическими возможностями – например, максимальными мощностями, токами. Поэтому используются нормированные значения параметров режим, например, по их максимальным значениям. Это позволяет задать режим в виде числа и определить в относительном виде – насколько текущий режим близок к такому характерному режиму, как режим максимальной мощности, режим короткого замыкания $KЗ$ или холостого хода $ХХ$. В практическом плане, в системах электропитания, параметры нагрузки могут меняться в широких пределах от режима приема до обратной отдачи энергии, поэтому корректное и обоснованное представление таких нормированных показателей является необходимым.

Примечание. Необходимо отметить некоторые проблемы нормирования величин и составления относительных выражений.

Относительные выражения по сложившейся практике составляются с помощью характерного значения (как масштаба) соответствующего параметра режима. Например, для простейшей цепи типа эквивалентного генератора (линия передачи энергии) с нагрузкой, масштабами для напряжения и тока будут соответственно напряжение $ХХ$ и ток $КЗ$. Аналогично, для мощности нагрузки масштабом может быть максимальная мощность эквивалентного генератора (режим $КЗ$) или максимальная мощность самой нагрузки (режим согласования). Далее, масштабом сопротивления нагрузки является внутреннее сопротивление эквивалентного генератора. Во всех этих случаях имеется только одно (ненулевое) характерное значение по данному параметру.

Ситуация усложняется, если сравнивать резистивные четырехполюсники по отклонению от режима максимального КПД. В прикладном плане такой четырехполюсник может быть моделью линии передачи энергии с потерями или преобразователя напряжения. Для четырехполюсника режим максимального КПД соответствует равенству сопротивления нагрузки характеристическому сопротивлению. Поэтому появляется еще одно независимое характерное значение по всем параметрам. В случае нескольких характерных значений уже проявляется проблема выбора масштаба и составления самих относительных выражений для режима. В работах [6, 7] обосновывается определение, как режимов, так и их изменений в нормированном или относительном виде. Для этого рассматриваются энергетические характеристики на примере зависимостей мощности и КПД от напряжения изменяемой нагрузки, как кривые второго порядка, выявляются и используются точки характерных режимов. Глобальное рассмотрение изменения режима (от потребления до обратной отдачи мощности) позволяет все точки характерных режимов свести в одну систему, выбрать базовые и масштабную точку. Поэтому точка текущего режима выражается в относительном виде через эти характерные точки.

Рассмотрим теперь учет изменения параметров преобразователя при определении эффективности. Также используется набор показателей на основе разных соотношений между исходными и последующими значениями мощностей (на входе и выходе), мощности потерь и КПД. Анализ недостатков ряда показателей [2] приведен в [8]. В частности, отмечено противоречие, когда выражения для одних показателей выводятся аналитически через исходные выражения, а для других просто постулируются. Также, для одних показателей выполняются групповые свойства, а для других нет. Такое формальное введение показателей усложняет анализ и вызывает вопросы.

Большое количество, по сути, формально введенных показателей уже показывает, что есть проблема в сравнении эффективности разных устройств. Уместно провести аналогию с так и не решенной проблемой мощностей в цепях переменного и постоянного токов [9], что выражается в большом количестве соответствующих теорий и показателей режима работы.

Принципиально другой подход разработан применительно к генераторам гармонических колебаний [1]. Предложено оценивать эффективность режима генератора или усилителя по отношению к эталонному режиму, так называемые критерий мощности K_M и критерий эффективности K_{EF} . Назовем такой подход как метод эталона. В качестве эталонного принимается ключевой режим усилителя. Тогда критерий мощности

$$K_M = \frac{P_1}{P_1^{ET}}, \quad (8)$$

где P_1^{ET} – мощность на выходе эталонного усилителя.

Для эталонного режима определяется также его потери КПД на единицу мощности

$$\frac{\Delta K_P^{ET}}{P_1^{ET}}. \quad (9)$$

Тогда критерий эффективности

$$K_{EF} = \frac{\Delta K_P^{ET}}{P_1^{ET}} \div \frac{\Delta K_P}{P_1} = K_M \frac{\Delta K_P^{ET}}{\Delta K_P}. \quad (10)$$

Вводимые критерии имеют, конечно, логический смысл, но предложенные, как бы очевидные, математические выражения требуют обоснования.

В настоящей работе развивается и обосновывается метод эталона на примере уже упомянутого резистивного четырехполюсника с изменяемым затуханием. Геометрическая интерпретация семейства энергетических характеристик приводит к целесообразности введения «идеализированного» четырехполюсника (с ещё одним характерным значением затухания) помимо эталонного четырехполюсника.

2. Изменения затухания четырехполюсников через абсолютные и нормированные значения параметров режима.

Рассмотрим четырехполюсник на рис. 1а.

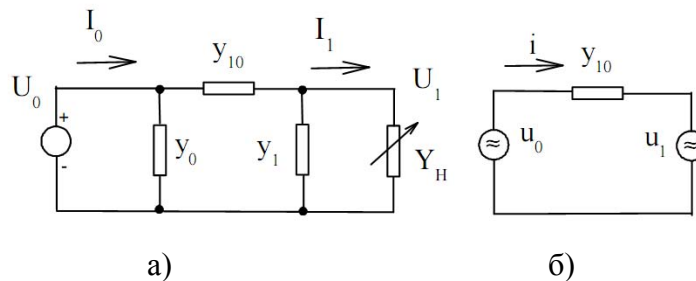


Рис. 1. Исследуемые цепи: резистивный четырехполюсник – а),
цепь переменного тока – б)

Уравнение четырехполюсника через Y - параметры или параметры проводимости с учетом направления токов

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ -I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -Y_{11} & Y_{10} \\ Y_{10} & -Y_{00} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_0 \end{pmatrix}, \quad (11)$$

где $Y_{00} = y_{10} + y_0$, $Y_{11} = y_{10} + y_1$, $Y_{10} = y_{10}$.

Определитель Y матрицы $\Delta = Y_{00}Y_{11} - Y_{10}^2$. Далее будем рассматривать симметричный четырехполюсник, $Y_{00} = Y_{11}$, что не снижает общности рассуждений. Характеристическая (волновая) проводимость, которая определяет значение согласованной нагрузки, равна $Y_C = \sqrt{\Delta}$.

Известно уравнение четырехполюсника через a – параметры или параметры передачи

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ I_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{Y_{11}}{Y_{10}} & \frac{1}{Y_{10}} \\ \frac{\Delta}{Y_{10}} & \frac{Y_{00}}{Y_{10}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Определитель матрицы a – параметров, $\Delta_a = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1$. Такое свойство a параметров позволяет ввести гиперболические функции $\Delta_a = ch^2\gamma - sh^2\gamma = 1$, где γ – коэффициент затухания. Тогда уравнение четырехполюсника примет вид

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ \frac{I_0}{Y_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma & sh\gamma \\ sh\gamma & ch\gamma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ \frac{I_1}{Y_C} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Рассмотрим случай изменения затухания этого четырехполюсника. Пусть исходное значение затухания равно γ_1 , а последующее γ_2 . Этот случай можно рассматривать как сравнение двух четырехполюсников с соответствующими затуханиями γ_1 и γ_2 .

Задача состоит в том, как выразить изменение затухания γ_{21} через величины γ_1 и γ_2 . Как уже отмечалось, эффективность передачи энергии зависит как от параметров цепи, т.е. затухания, так и параметров режима или нагрузки. Поэтому необходимо принять одинаковые или равные условия. Под этими условиями можно положить равные мощности на входах четырехполюсников (что соответствует равным токам I_0). Примем, что характеристические сопротивления четырехполюсников также одинаковые. Тогда, согласно (13), имеем систему уравнений

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ \frac{I_0}{Y_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_1 & sh\gamma_1 \\ sh\gamma_1 & ch\gamma_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ \frac{I_1}{Y_C} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ \frac{I_0}{Y_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_2 & sh\gamma_2 \\ sh\gamma_2 & ch\gamma_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ \frac{I_2}{Y_C} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Приравняв правые части уравнений, получим

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ \frac{I_1}{Y_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch(\gamma_1 - \gamma_2) & sh(\gamma_1 - \gamma_2) \\ sh(\gamma_1 - \gamma_2) & ch(\gamma_1 - \gamma_2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ \frac{I_2}{Y_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_{21} & sh\gamma_{21} \\ sh\gamma_{21} & ch\gamma_{21} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_2 \\ \frac{I_2}{Y_C} \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Получается, что изменение затухания в заданном четырехполюснике равно разности затуханий. Тогда изменение затухания четырехполюсника можно

интерпретировать как каскадное соединение двух четырехполюсников. Первый четырехполюсник описывается уравнением (14) через затухание γ_1 , а второй аналогичным уравнением (16) через затухание γ_{21} . Общее затухание соответствует γ_2 и определяет результирующий четырехполюсник и уравнение (15).

Следующая задача состоит в том, как выразить изменение КПД и изменение мощности на выходе. Ведь известные показатели предлагают самые разные выражения. Установленная интерпретация через каскадное соединение позволяет обоснованно выразить эти изменения через отношения

$$K_{P_{21}} = K_{P_2} \div K_{P_1}, \quad P_{21} = P_2 \div P_1, \quad (17)$$

причем $K_{P_{21}} = P_{21}$.

Примечание. Получено таким образом только определение изменений. Как будут выглядеть эти изменения для фактических режимов? Известно, например [6], что коэффициенты передачи по мощности K_{P_2}, K_{P_1} в режиме согласования определяются выражениями

$$K_{P_2} = (ch\gamma_2 - sh\gamma_2)^2, \quad K_{P_1} = (ch\gamma_1 - sh\gamma_1)^2.$$

Тогда

$$K_{P_{21}} = \frac{(ch\gamma_2 - sh\gamma_2)^2}{(ch\gamma_1 - sh\gamma_1)^2} = (ch\gamma_2 - sh\gamma_2)^2 \cdot (ch\gamma_1 + sh\gamma_1)^2 = (ch\gamma_{21} - sh\gamma_{21})^2.$$

Полученное выражение для $K_{P_{21}}$ подтверждает каскадное соединение четырехполюсников и выражение для изменения затухания. Таким образом, выражения для изменения КПД и затухания взаимно согласованы.

Рассмотренное выше условие равной мощности на входах сравниваемых четырехполюсников показывает, насколько больше получается мощность на выходе. Но также может нас интересовать такой показатель, как загружены эти четырехполюсники. Ведь изменение затухания приводит к изменению мощности, которую может отдать четырехполюсник. Поэтому необходимо нормировать мощность на выходе каким-то характерным значением. Таким значением может быть мощность на входе $P_0^{SC} = U_0 I_0^{SC}$, где I_0^{SC} – ток на входе в режиме короткого замыкания КЗ нагрузки. Вводим нормированные величины в уравнения (14), (15). Для выражения (14) получаем

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \frac{I_0}{I_0^{SC}} \frac{Y_{00}}{Y_C} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_1 & sh\gamma_1 \\ sh\gamma_1 & ch\gamma_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{U_1}{U_0} \\ \frac{I_1}{I_0^{SC}} \frac{Y_{00}}{Y_C} \end{pmatrix}, \quad (18)$$

что соответствует соотношению

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_1 & \frac{Y_{00}}{Y_C} sh\gamma_1 \\ \frac{Y_C}{Y_{00}} sh\gamma_1 & ch\gamma_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{pmatrix}. \quad (19)$$

С учетом, что $\frac{Y_{00}}{Y_C} sh\gamma = ch\gamma$, получаем

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_1 & ch\gamma_1 \\ \frac{ch^2\gamma_1 - 1}{ch\gamma_1} & ch\gamma_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Аналогично

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch\gamma_2 & ch\gamma_2 \\ \frac{ch^2\gamma_2 - 1}{ch\gamma_2} & ch\gamma_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Приравниваем правые части этих выражений

$$\begin{pmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{ch\gamma_1}{ch\gamma_2} & 0 \\ \frac{ch\gamma_2}{ch\gamma_1} - \frac{ch\gamma_1}{ch\gamma_2} & \frac{ch\gamma_2}{ch\gamma_1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Полученное уравнение для нормированных значений аналогично выражению (16) для абсолютных значений параметров режима. Поэтому отношение $ch\gamma_2 / ch\gamma_1$ можно принять за величину изменения затухания. Получается, что выражения для изменения затухания разные, если цепь описывается через абсолютные или нормированные значения параметров режима.

Особенности выражения (22) – определитель матрицы передачи нормированных параметров также равен единице; выполняются групповые свойства. Поэтому можно использовать интерпретацию через каскадное соединение четырехполюсников и выразить изменение мощностей и КПД нормированных параметров также через отношения. Необходимо отметить, что эти отношения мощностей и КПД равны отношениям для абсолютных значений параметров (17).

Проведенный анализ показывает далеко не очевидную проблему обоснования выражения даже для изменений параметров четырехполюсников. Поэтому необходимо использовать подходящую математическую модель, чтобы ввести более сложные показатели эффективности.

3. Геометрическая (проективная) интерпретация зависимости $\bar{P}_1(\bar{P}_0)$

Из уравнения (20) получим нормированное выражение расходной характеристики

$$\bar{P}_1(\bar{P}_0) = (1 - \bar{P}_0) - A(1 - \bar{P}_0)^2, \quad (23)$$

$$\text{где } \bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_0^{SC}} = \frac{U_1 I_1}{U_0 I_0^{SC}} = \bar{U}_1 \bar{I}_1, \quad \bar{P}_0 = \frac{P_0}{P_0^{SC}} = \frac{U_0 I_0}{U_0 I_0^{SC}} = \bar{I}_0.$$

Также введем параметр $A = ch^2\gamma$.

Примечание. Использование специального параметра A обусловлено тем, что этот параметр носит более широкий смысл, чем затухание четырехполюсника. Поясним на примере простой цепи

переменного тока на рис. 1б. Пусть источник напряжения u_0 отдает энергию, а источник напряжения u_1 с изменяемой амплитудой является потребителем. Примем, что источники напряжения описываются функциями

$$u_0 = U_{0M} \sin \omega t, \quad u_1 = U_{1M} \sin(\omega t - \varphi), \quad \text{где } \varphi - \text{угол сдвига фазы.}$$

Ток в цепи $i = y_{10}(u_0 - u_1)$, мгновенные значения мощностей $p_0 = u_0 i$, $p_1 = u_1 i$.

Выразим активную мощность на выходе через активную мощность на входе

$$P_1 = (P_{0M} - P_0) - \frac{1}{P_{0M} \cos^2 \varphi} (P_{0M} - P_0)^2,$$

где $P_{0M} = y_{10} U_{0M}^2$ – активная мощность на входе в режиме КЗ.

Представим это соотношение в нормированном виде

$$\bar{P}_1 = \frac{P_1}{P_{0M}} = (1 - \bar{P}_0) - \frac{1}{\cos^2 \varphi} (1 - \bar{P}_0)^2.$$

Полученное соотношение имеет вид (23), если ввести также параметр $A = \frac{1}{\cos^2 \varphi}$.

Поэтому параметр A определяет энергетические параметры цепи и зависит от соотношений параметров источников напряжений.

Рассмотрим характеристики (23) для различных значений параметра A на рис. 2а.

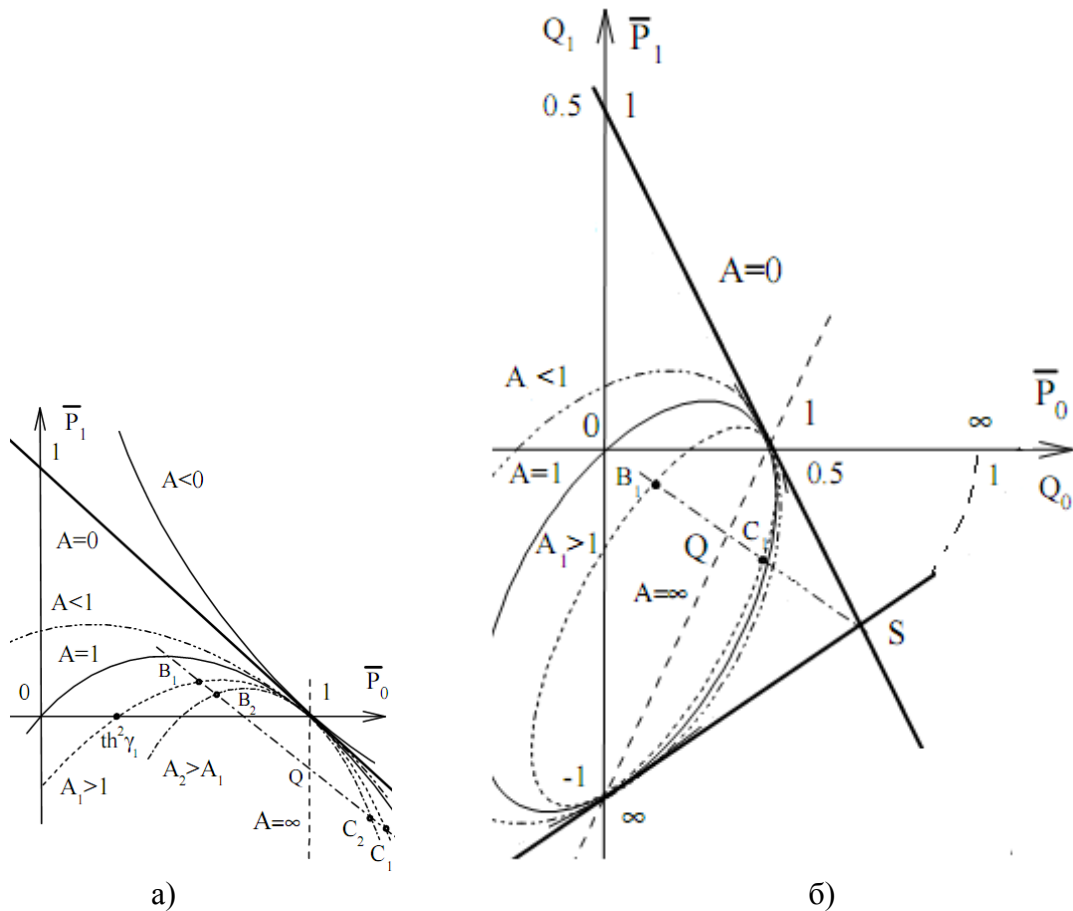


Рис. 2. Семейство расходных характеристик для разных значений затухания (параметр A): в декартовой системе координат – а), в проективной системе – б)

Эти зависимости представляют пучок парабол, проходящих через общую точку $\bar{P}_0^{SC} = 1, \bar{P}_1 = 0$, соответствующую режиму КЗ. В режиме холостого хода XX мощность $\bar{P}_1 = 0, \bar{P}_0^{OC} = th^2 \gamma = \frac{A-1}{A}$.

Выделим кривые с характерными значениями параметра A . Если $A=1$, то в режиме XX $\bar{P}_0^{OC} = 0$. Этот случай соответствует мощности эквивалентного генератора активного двухполюсника. В четырехполюснике на рис. 1а присутствует только проводимость y_{10} . Если параметр $A < 1$, то кривая заходит во второй квадрант. Это показывает, что сам четырехполюсник становится активным и может отдавать энергию, т.е. становится усилителем или генератором. Некоторые проводимости четырехполюсника тогда являются отрицательными. Также обращает на себя внимание вырожденный случай, когда парабола приближается к прямой линии или касательной к пучку кривых в точке $\bar{P}_0^{SC} = 1$, что соответствует параметру $A=0$ или «идеализированной» цепи. Ещё один вырожденный случай соответствует $A = \infty$, а парабола стягивается к прямой линии $\bar{P}_0 = 1$. Область парабол для $\bar{P}_1 < 0$ соответствует тому, что уже нагрузка отдает энергию. Такое глобальное изменение режима удобно рассматривать в проективной системе координат на рис. 2б. Проективная система координат отличается от обычной (декартовой) тем, что бесконечно большие значения координат расположены в конечной области плоскости. Поэтому градуировки осей координат определяются дробно-линейными выражениями. Так, для оси \bar{P}_1 , градуировка может определяться выражением

$$Q_1 = \frac{\bar{P}_1}{b_1 - \bar{P}_1}, \quad (24)$$

где параметр b_1 задаёт масштаб. Если $b_1 = 3$, то для $\bar{P}_1 = 1$ получается $Q_1 = 0,5$.

Для оси \bar{P}_0 градуировка определяется выражением

$$Q_0 = \frac{\bar{P}_0}{b_0 + \bar{P}_0}. \quad (25)$$

Если $b_0 = 1$, то для $\bar{P}_0 = 1$ получается $Q_0 = 0,5$.

Все характерные значения градуировок показаны на рис. 2б.

Изменение затухания. Семейство парабол в проективной системе координат представляет пучок эллипсов, которые обладают ещё одной общей точкой $\bar{P}_1 = \infty$ и касаются в этой точке с бесконечно удаленной прямой ∞ . Таким образом, в проективной системе координат проявляются уже две касательные прямые, которые пересекаются в точке S . В геометрии точка S является полюсом, а прямая, проходящая через уже рассмотренные точки $\bar{P}_1 = \infty, \bar{P}_0 = 1$, соответствует $A = \infty$ и называется полярной. Полюс и полярная устанавливают своего рода «симметрию» или отображение области характеристик $\bar{P}_0 > 1$ на область $\bar{P}_0 < 1$. В этом случае, точка C_1 переходит в точку B_1 для характеристики с параметром A_1 . Аналогично отображаются точки C_2, B_2 для характеристики с параметром A_2 , как представлено стрелкой в декартовой системе

координат на рис. 2а. Точка Q , лежащая на поляре, является неподвижной, как и сама поляра, что показано замкнутыми стрелками.

Таким образом, точки Q и S являются крайними или базовыми, между которыми располагаются все точки характеристик с соответствующими значениями параметра A . Отображаемые точки, например, C_2, B_2 , подчиняются условию гармонической сопряженности относительно базовых точек, когда сложное отношение этих уже четырех точек равно -1 , т.е.

$$(Q C_2 B_2 S) = \frac{C_2 - Q}{C_2 - S} \div \frac{B_2 - Q}{B_2 - S} = -1. \quad (26)$$

Аналогично для точек C_1, B_1

$$(Q C_1 B_1 S) = \frac{C_1 - Q}{C_1 - S} \div \frac{B_1 - Q}{B_1 - S} = -1. \quad (27)$$

Приравниваем эти сложные отношения между собой. Тогда получим соотношения для точек C_1, C_2 и B_1, B_2

$$\frac{C_2 - Q}{C_2 - S} \div \frac{C_1 - Q}{C_1 - S} = \frac{B_2 - Q}{B_2 - S} \div \frac{B_1 - Q}{B_1 - S}. \quad (28)$$

Эти соотношения являются сложными отношениями сравниваемых точек C_1, C_2 и B_1, B_2 относительно их общих базовых точек

$$(Q C_2 C_1 S) = \frac{C_2 - Q}{C_2 - S} \div \frac{C_1 - Q}{C_1 - S} = m_{21}, \quad (Q B_2 B_1 S) = \frac{B_2 - Q}{B_2 - S} \div \frac{B_1 - Q}{B_1 - S} = m_{21}. \quad (29)$$

Величина m_{21} как раз и характеризует различие или своего рода «расстояние» между характеристиками с соответствующими значениями параметра A . С помощью рис. 2а вычислим этот параметр различия или изменения затухания. Сложное отношение будет таким же при отображении этих точек на ось \bar{P}_0 . Находим координаты этих точек. Прямая QS будет параллельна касательной прямой в точке $\bar{P}_0 = 1$, угол наклона которой равен 45° . Поэтому её уравнение имеет вид

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_1(0) - \bar{P}_0. \quad (30)$$

Точка B_1 соответствует пересечению этой прямой с параболой (23)

$$\bar{P}_1 = (1 - \bar{P}_0) - A_1(1 - \bar{P}_0)^2. \quad (31)$$

Решение системы этих двух уравнений определяет значения

$$\bar{P}_0(B_1) = 1 - \sqrt{\frac{1 - \bar{P}_1(0)}{A_1}}, \quad \bar{P}_0(B_2) = 1 - \sqrt{\frac{1 - \bar{P}_1(0)}{A_2}}. \quad (32)$$

Тогда сложное отношение

$$m_{21} = (Q B_2 B_1 S) = (\bar{P}_0(Q) \bar{P}_0(B_2) \bar{P}_0(B_1) \bar{P}_0(S)) = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} = \frac{ch\gamma_1}{ch\gamma_2}. \quad (33)$$

Полученная мера изменения затухания совпадает с (22).

Изменение мощности \bar{P}_1 . Координаты точки на характеристиках можно задать в двух системах координат. Обычно используемые координаты \bar{P}_1, \bar{P}_0 в декартовой системе координат определяются проекциями точки, параллельными осям координат, рис. 2а. В проективной системе координат эти же проекции или параллельные линии выходят из бесконечно удаленных точек на осях \bar{P}_1, \bar{P}_0 и образуют пучок прямых линий. В любом случае, имеет место неоднозначность значений \bar{P}_0 для задаваемого значения \bar{P}_1 .

Другой проективной системой координат может служить так называемый координатный треугольник, образованный уже знакомыми точками $\bar{P}_1 = \infty, \bar{P}_0 = 1, S$. Поэтому проекции точек на характеристиках задаются пучком прямых линий, выходящих из точки $\bar{P}_1 = \infty$ (это прежняя координата на оси \bar{P}_0) и из точки $\bar{P}_0 = 1$, как на рис. 3.

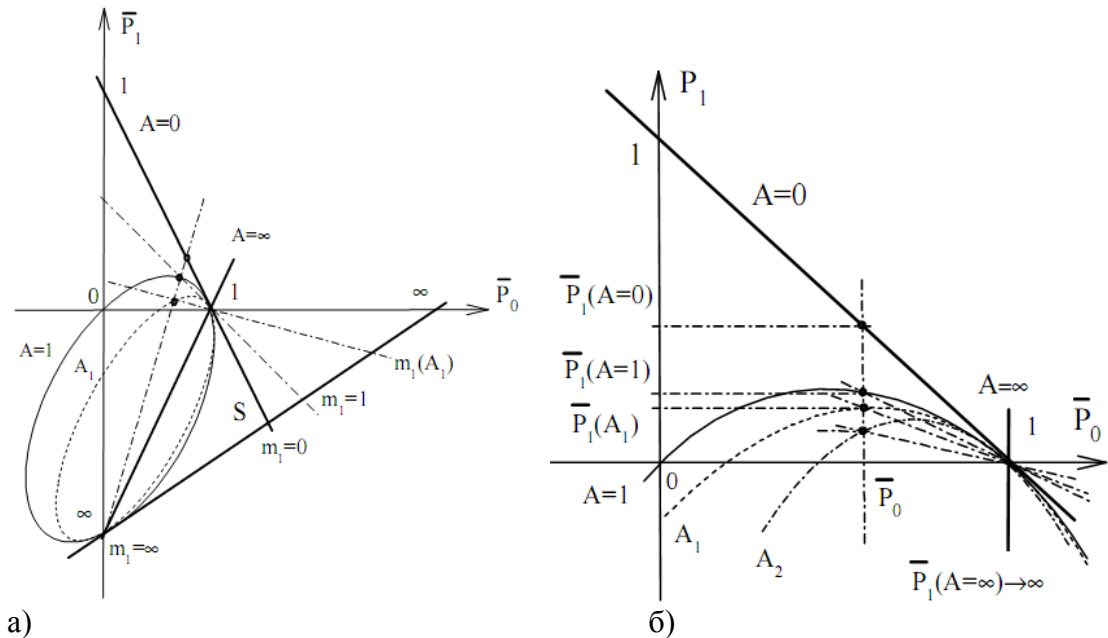


Рис. 3. Изменение выходной мощности \bar{P}_1 для заданного значения \bar{P}_0 : в проективной системе координат – а), в декартовой системе координат – б)

Точка S тогда является началом координат. Поэтому для заданного значения \bar{P}_0 получаем луч, который пересекает семейство характеристик с текущим значением A_1 и характерными значениями параметров $A=1, A=0$. Соответствующие мощности обозначим как $\bar{P}_1(A_1), \bar{P}_1(1), \bar{P}_1(0)$.

Согласно (23), $\bar{P}_1(A_1) = (1 - \bar{P}_0) - A_1(1 - \bar{P}_0)^2$, $\bar{P}_1(1) = \bar{P}_0(1 - \bar{P}_0)$, $\bar{P}_1(0) = (1 - \bar{P}_0)$.

Такое характерное значение параметра $A = \infty$ соответствует центру $\bar{P}_1 = \infty$ пучка лучей. В свою очередь, лучи, выходящие из точки $\bar{P}_0 = 1$, отображают все эти четыре точки на сторону $\bar{P}_1 = \infty, S$ координатного треугольника с соответствующими значениями проективных координат $m_1(A_1), m_1(1), m_1(0), \infty$. Проективная

координата $m_1(A_1)$ определяется соответствующим сложным отношением этих четырех точек. Базовые точки соответствуют $m_1(0)$ и ∞ . Так как $m_1(0)$ соответствует точке S , как началу координат, то принимаем $m_1(0) = 0$. Тогда $m_1(1)$ соответствует единичной точке, тогда полагаем $m_1(1) = 1$. Эти проективные координаты отображаются и на ось \bar{P}_1 , поэтому для соответствующих значений мощностей выполняется то же сложное отношение, как показано в декартовой системе координат рис. 3б. Вычислим сложное отношение четырех точек

$$\begin{aligned} m_1(A_1) &= (\bar{P}_1(0) \quad \bar{P}_1(A_1) \quad \bar{P}_1(1) \quad \bar{P}_1(\infty)) = \\ &= (1 - \bar{P}_0 \quad \bar{P}_1(A_1) \quad \bar{P}_0(1 - \bar{P}_0) \quad \infty) = \frac{\bar{P}_1(A_1) - (1 - \bar{P}_0)}{\bar{P}_0(1 - \bar{P}_0) - (1 - \bar{P}_0)} = A_1 \end{aligned} \quad (34)$$

На первый взгляд получилось очевидное соотношение, которое непосредственно следует из (23), если из него выразить A_1 . Но вводимый подход имеет более глубокий смысл. Такой частный случай значения $m_1(A_1) = A_1$ следует из того, что в качестве единичной или масштабной принята характеристика с $A_1 = 1$. Но в практике может быть случай, когда в качестве масштабной или эталонной характеристики взято какое-то технически удобное характерное значение $A_{ET} \neq 1$. Тогда (23) имеет вид

$$\bar{P}_1(A_1) = (1 - \bar{P}_0) - A_{ET}(1 - \bar{P}_0)^2 \quad (35)$$

Выражение (34) приводит к общему выражению

$$m_1(A_1) = (\bar{P}_1(0) \quad \bar{P}_1(A_1) \quad \bar{P}_1(A_{ET}) \quad \bar{P}_1(\infty)) = \frac{A_1}{A_{ET}} \quad (36)$$

Таким образом, в предлагаемом подходе расширяется набор характерных цепей и помимо эталонной цепи используется идеализированная цепь, что позволяет обоснованно определить понятия, связанные с эффективностью через сложное отношение. Аналогично, для характеристики с параметром A_2 проективная координата

$$m_1(A_2) = (\bar{P}_1(0) \quad \bar{P}_1(A_2) \quad \bar{P}_1(1) \quad \bar{P}_1(\infty)) = A_2 \quad .$$

Рассмотрим теперь изменение проективных координат мощностей $\bar{P}_1(A_1), \bar{P}_1(A_2)$

$$\begin{aligned} m_1^{21} = m_2 \div m_1 &= ((1 - \bar{P}_0) \quad \bar{P}_1(A_2) \quad \bar{P}_1(A_1) \quad \infty) = \\ &= \frac{\bar{P}_1(A_2) - (1 - \bar{P}_0)}{\bar{P}_1(A_1) - (1 - \bar{P}_0)} = \frac{\frac{\bar{P}_1(A_2) - 1}{1 - \bar{P}_0}}{\frac{\bar{P}_1(A_1) - 1}{1 - \bar{P}_0}} = \frac{A_2}{A_1} \end{aligned} \quad (37)$$

Это выражение подсказывает, что целесообразно ввести удельный показатель вида

$$\frac{\bar{P}_1(A)}{1-\bar{P}_0} = \frac{P_1(A)}{P_0^{SC} - P_0}, \quad (38)$$

который принимает одинаковые значения для нормированных и абсолютных значений параметров режима. Знаменатель в виде абсолютной величины $P_0^{SC} - P_0$ показывает степень загрузки четырехполюсника.

Поэтому, вводимый удельный показатель соотносит выходную мощность не просто с входной мощностью (как традиционный КПД), а с тем, как ещё загружен четырехполюсник, т.е. содержит качественную характеристику или возможности режима. Ведь просто КПД, как указывалось, не характеризует возможности режима. Также и нормированное значение мощности \bar{P}_1 характеризует возможности режима, но не дает информации об эффективности режима. Поэтому вводимый удельный показатель дает больше информации об особенностях режима, чем КПД и нормированная величина мощности. Показатель (38) также можно рассматривать как аналог критерия мощности (8). В данном случае знаменатель $P_0^{SC} - P_0$ будет равен выходной мощности идеализированной цепи.

Приведем геометрическую интерпретацию показателя (38) на рис. 4, которая устанавливает взаимосвязь с таким показателем, как КПД.

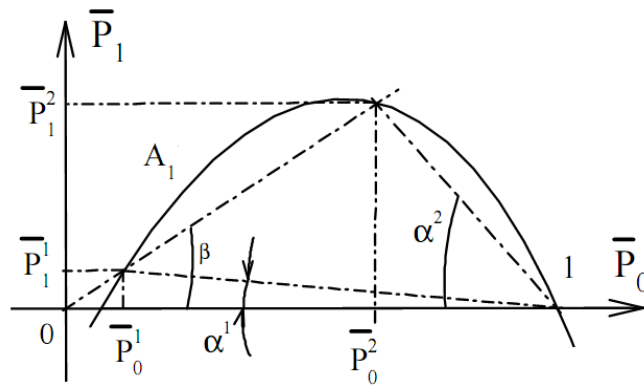


Рис. 4. Взаимосвязь КПД (как $tg\beta$) и предлагаемого показателя (как $tg\alpha^1, tg\alpha^2$)

Пусть исходный режим работы задаётся параметрами \bar{P}_1^1, \bar{P}_0^1 . Тогда КПД

$$K_p = \frac{\bar{P}_1^1}{\bar{P}_0^1} = \frac{P_1^1}{P_0^1} = tg\beta. \quad (39)$$

Это же значение КПД будет соответствовать последующему режиму с параметрами \bar{P}_1^2, \bar{P}_0^2 . В свою очередь, показатель (38) обладает однозначностью. Поэтому для этих двух режимов работы получаются соответственно два значения показателя

$$tg\alpha^1 = \frac{\bar{P}_1^1}{1-\bar{P}_0^1}, \quad tg\alpha^2 = \frac{\bar{P}_1^2}{1-\bar{P}_0^2}. \quad (40)$$

Представленная интерпретация показывает, что нет каких либо принципиальных ограничений на введение данного показателя. А этот показатель, как было показано, удобнее традиционного КПД в виду однозначности и большей информативности.

4. Геометрическая (проективная) интерпретация зависимости $K_p(\bar{P}_0)$

Из уравнения (23) получим соответствующее выражение

$$K_p(\bar{P}_0) = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} = \frac{1-\bar{P}_0}{\bar{P}_0} - A \frac{(1-\bar{P}_0)^2}{\bar{P}_0}. \quad (41)$$

Рассмотрим характеристики $K_p(\bar{P}_0)$ для различных значений параметра A на рис. 5 в декартовой и проективной системе координат.

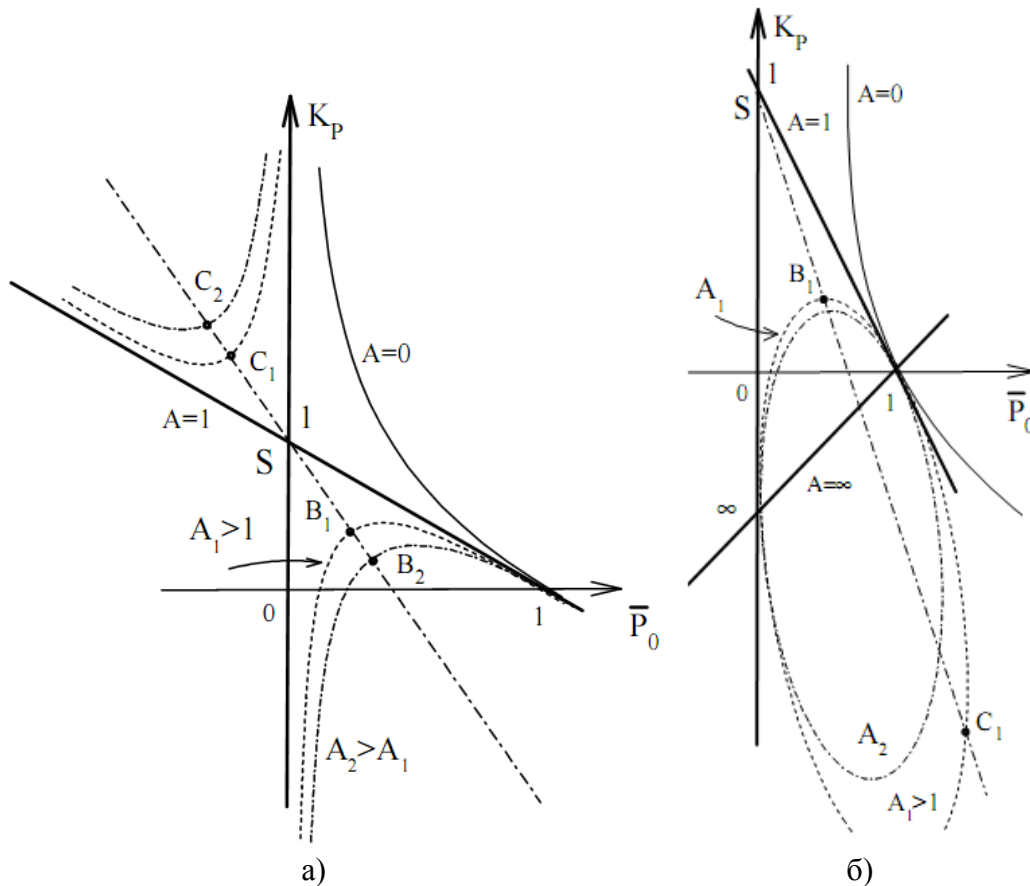


Рис. 5. Семейство характеристик КПД для разных значений затухания (параметр A): в декартовой системе координат – а), в проективной системе – б)

Эти зависимости представляют пучок гипербол, проходящих через общую точку $\bar{P}_0^{SC} = 1$, соответствующую режиму КЗ и общую точку $K_p = \infty$. В режиме ХХ $K_p = 0$, $\bar{P}_0^{OC} = th^2 \gamma = \frac{A-1}{A}$. Выделим кривые с характерными значениями параметра A . Если $A=1$, то в режиме ХХ $\bar{P}_0^{OC} = 0$. В этом случае гипербола вырождается к двум

прямым линиям или касательным к пучку кривых в общих точках. Точка S пересечения касательных соответствует $K_p = 1$. Если $A = 0$, то получаем снова гиперболу. Ещё один вырожденный случай соответствует $A = \infty$, а гипербола стягивается к бесконечно удаленной прямой ∞ .

Изменение затухания. Точка S также является полюсом, а прямая, проходящая через общие точки (бесконечно удаленная прямая) является полярой, рис. 5б. В этом случае точка C_1 переходит в точку B_1 для характеристики с параметром A_1 . Аналогично отображаются точки C_2, B_2 для характеристики с параметром A_2 , как показано стрелкой. Точка Q , лежащая на поляре, является неподвижной.

Сложные отношения сравниваемых точек C_1, C_2 и B_1, B_2 относительно их общих базовых точек

$$(S \ C_1 \ C_2 \ Q) = \frac{C_1 - S}{C_1 - Q} \div \frac{C_2 - S}{C_2 - Q} = n_{21}, \quad (S \ B_1 \ B_2 \ Q) = \frac{B_1 - S}{B_1 - Q} \div \frac{B_2 - S}{B_2 - Q} = n_{21}. \quad (42)$$

Величина n_{21} также характеризует различие характеристик с соответствующими значениями параметра A . Вычислим этот параметр различия или изменения затухания. Сложное отношение будет таким же при отображении этих точек на ось \bar{P}_0 . Находим координаты этих точек. Уравнение прямой линии SQ

$$K_p = 1 - a\bar{P}_0. \quad (43)$$

Точка B_1 соответствует пересечению этой прямой с гиперболой (18) с параметром A_1 . Поэтому получаем уравнение

$$\bar{P}_0^2 - 2 \frac{A_1 - 1}{A_1 - a} \bar{P}_0 + \frac{A_1 - 1}{A_1 - a} = 0. \quad (44)$$

Учитывая, что $A - 1 = sh^2 \gamma$, решение имеет вид

$$\bar{P}_0(B_1) = \frac{sh \gamma_1}{sh \gamma_1 - \sqrt{a - 1}}, \quad \bar{P}_0(B_2) = \frac{sh \gamma_2}{sh \gamma_2 - \sqrt{a - 1}}. \quad (45)$$

Тогда сложное отношение

$$n_{21} = (S \ B_1 \ B_2 \ Q) = (0 \ \bar{P}_0(B_1) \ \bar{P}_0(B_2) \ 1) = \frac{sh \gamma_1}{sh \gamma_2}. \quad (46)$$

Выражение для изменения затухания (46) отличается от (33). Отсюда следует, что вид изменения затухания определяется исследуемой зависимостью, и будет не корректным заранее задавать какое-либо выражение.

Изменение K_p . Рассмотрим координатный треугольник, образованный уже знакомыми точками $\bar{P}_1 = \infty$, $\bar{P}_0 = 1$, S . Поэтому проекции точек на характеристиках

задаются пучком прямых линий, выходящих из точки $\bar{P}_1 = \infty$ (это прежняя координата на оси \bar{P}_0) и из точки $\bar{P}_0 = 1$ на рис. 6.

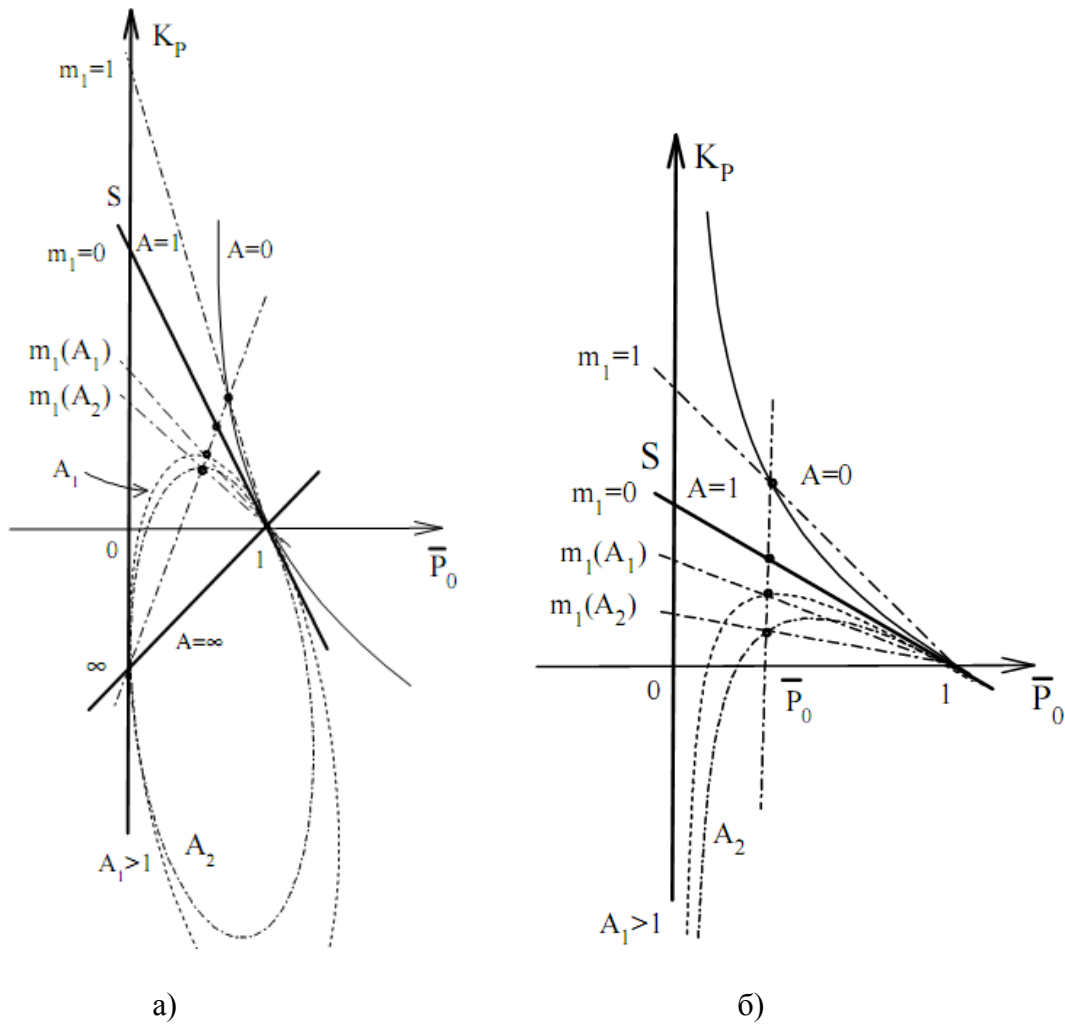


Рис. 6. Изменение КПД для заданного значения \bar{P}_0 :

в проективной системе координат – а), в декартовой системе координат – б)

Точка S тогда является началом координат. Поэтому для заданного значения \bar{P}_0 получаем луч, который пересекает семейство характеристик с текущим значением A_1 и характерными значениями параметров $A=1$, $A=0$. Соответствующие коэффициенты передачи по мощности обозначим как $K_p(A_1)$, $K_p(1)$, $K_p(0)$. Тогда, согласно (41), $K_p(1) = (1 - \bar{P}_0)$, $K_p(0) = \frac{1 - \bar{P}_0}{\bar{P}_0}$.

Такое характерное значение параметра $A = \infty$ соответствует центру пучка лучей $K_p = \infty$. В свою очередь, лучи, выходящие из точки $\bar{P}_0 = 1$, отображают все эти четыре точки на сторону $\bar{P}_1 = \infty$, S координатного треугольника или ось K_p с соответствующими значениями проективных координат $n_1(A_1)$, $n_1(1)$, $n_1(0)$, ∞ . Проективная координата $n_1(A_1)$ определяется соответствующим сложным отношением этих четырех

точек. Базовые точки соответствуют $n_1(1)$ и ∞ . Так как $n_1(1)$ соответствует точке S , как началу координат, принимаем $n_1(1) = 0$. Тогда $n_1(0)$ соответствует единичной точке, поэтому можем положить $n_1(0) = 1$. Вычислим сложное отношение четырех точек

$$n_1(A_1) = (K_p(1) \ K_p(A_1) \ K_p(0) \ \infty) = 1 - A_1 \quad (47)$$

Аналогично, для характеристики с параметром A_2 получаем $n_1(A_2) = 1 - A_2$. Рассмотрим теперь изменение проективных координат мощностей $K_p(A_1)$, $K_p(A_2)$

$$\begin{aligned} n_1^{21} &= n_2 \div n_1 = ((1 - \bar{P}_0) \ K_p(A_2) \ K_p(A_1) \ \infty) = \\ &= \frac{K_p(A_2) - (1 - \bar{P}_0)}{K_p(A_1) - (1 - \bar{P}_0)} = \frac{\frac{K_p(A_2)}{1 - \bar{P}_0} - 1}{\frac{K_p(A_1)}{1 - \bar{P}_0} - 1} = \frac{1 - A_2}{1 - A_1} = \frac{sh^2 \gamma_2}{sh^2 \gamma_1} \end{aligned} \quad (48)$$

Это выражение подсказывает, что целесообразно ввести удельный показатель вида

$$\frac{K_p(A)}{1 - \bar{P}_0} \quad (49)$$

Это удельный показатель также соотносит КПД с тем, как загружен четырехполюсник. Также этот показатель соотносит КПД с нормированной мощностью четырехполюсника с $A = 1$.

Изменение потерь КПД $\Delta K_p = 1 - K_p$. С учетом выражения (41) получим

$$\Delta K_p(\bar{P}_0) = \frac{2\bar{P}_0 - 1}{\bar{P}_0} + A \frac{(1 - \bar{P}_0)^2}{\bar{P}_0} \quad (50)$$

Отметим, что $\Delta K_p = \bar{P}_0$ в случае значения параметра $A = 1$. Можно повторить весь ход рассуждений и ввести сложное отношение как для изменения КПД. Это сложное отношение будет инвариантом, т.к. потеря КПД является линейной функцией от самого КПД. Поэтому можно сразу использовать уже полученное выражение (48). Тогда получим

$$n_1^{21} = \frac{K_p(A_2) - (1 - \bar{P}_0)}{K_p(A_1) - (1 - \bar{P}_0)} = \frac{\bar{P}_0 - \Delta K_p(A_2)}{\bar{P}_0 - \Delta K_p(A_1)} = \frac{1 - \frac{\Delta K_p(A_2)}{\bar{P}_0}}{1 - \frac{\Delta K_p(A_1)}{\bar{P}_0}} \quad (51)$$

Это выражение подсказывает, что целесообразно ввести удельный показатель вида

$$\frac{\Delta K_p(A)}{\bar{P}_0} = \frac{\Delta K_p(A)}{P_0} P_0^{sc} \quad (52)$$

Этот удельный показатель также соотносит потери КПД с тем, как загружен четырехполюсник или с нормированной мощностью четырехполюсника с $A=1$. Поэтому его можно рассматривать как аналог показателя (7).

Выводы

1. Выражения изменения затухания определяются как видом исследуемых энергетических характеристик, так и видом параметров режима (абсолютные или нормированные величины).
2. Использование расширенного набора цепей (масштабного и идеализированного четырехполюсника) позволяет обосновать выражения для изменения эффективности по мощности и КПД, ввести удельные показатели эффективности по мощности, КПД, потерям КПД.
3. Введенные удельные показатели эффективности более удобны, чем традиционный КПД, так как включают в себя параметры загрузки.

Литература

- [1] Повышение эффективности мощных радиопередающих устройств/А. Д. Артым, А. Е. Бахмутский, Е. В. Козин и др.; под ред. А. Д. Артыма. – М.: Радио и связь, 1989.- 176с.
- [2] Горшков А. С. Техничко- экономические показатели тепловых электростанций. М.: Энергоатомиздат, 1984.– 240с.
- [3] Климов В., Павленко В., Климов И. Энергетическая эффективность приводов погружных насосов в нефтедобывающей отрасли и их электромагнитная совместимость с сетью // Силовая электроника. 2011, №4, с.46 – 49.
- [4] ГОСТ Р 51677-2000 «Машины электрические асинхронные мощностью от 1 до 4000 кВт, включительно. Двигатели. Показатели энергоэффективности».
- [5] ГОСТ Р 51541-99 «Энергосбережение. Энергетическая эффективность. Состав показателей. Общие положения».
- [6] Пенин А. А. Определение отклонения от согласованного режима четырехполюсника. – Электричество, 1994, № 8, с.32 – 40.
- [7] Пенин А. А. Дробно- линейные соотношения в задачах анализа резистивных цепей с переменными параметрами.– Электричество. 1999, №11, с.32 – 44.
- [8] Пенин А. А. К проблеме определения относительных показателей преобразования энергии. – Электричество, 1997, № 4, с.57 – 60.
- [9] Розанов Ю.К. О мощностях в цепях переменного и постоянных токов.- Электричество, 2009, №4, с.32 – 36.

Сведения об авторе:



Пенин Александр Анатольевич окончил радиотехнический факультет Одесского Политехнического института в 1974 г; к.т.н., старший научный сотрудник Института Электронной Инженерии и Нанотехнологий имени «Д. Гицу» Академии наук Молдовы. Область научных интересов – теория электрических цепей с изменяемыми параметрами элементов, силовая электроника. E- mail: aapenin@mail.ru