

## CALCULATION OF THREE-PHASE CIRCUIT WITH ARBITRARY NUMBER OF LOADS

**Berzan V.**

*Institute of Power Engineering of the Academy of Sciences of Moldova*

**Abstract.** An algorithm for calculating the normal and emergency modes of three-phase circuits with distributed loads is elaborated. We propose to divide the required unknown currents into two groups: load currents are considered as principal, and currents in the other circuit branches are considered as complementary. This approach allows calculating at the first phase the load currents, and then other currents using the first Kirchhoff's law. The form of the matrix equation and rules of matrix coefficients composition for each phase depends on the number of loads connected to the phases of the circuit. Matrix equation includes  $3n$  unknown currents. The proposed method allows calculating both the symmetric and asymmetric modes in the three-phase unbalanced network, using the same calculation algorithm. The fault modes, such as a single-phase, two-phase, three-phase and phase-to-phase short-circuits as well as the open circuits with some phase loads (simulation of the no-load mode in any node and in any phase of the circuit), could be also calculated.

**Keywords:** Matrix method, three-phase circuit, symmetrical and non-symmetrical distributed load.

## CALCULAREA CIRCUITULUI TRIFAZAT CU UN NUMĂR ARBITRAR DE SARCINI

**Berzan V.**

*Institutul de Energetică al Academiei de Științe a Moldovei*

**Rezumat.** În lucrare se propune un algoritm generalizat de calcul a regimurilor staționare normale și de avarie în circuitele cu trei faze. Se propune separarea mărimilor necunoscute în două grupe: curenții în sarcinile conectate la fazele circuitului care sunt denumite mărimi necunoscute principale și ceilalți curenți din ramurile circuitului pe care le denumim grupa mărimilor necunoscute secundare. Urmare a acestei separări procedura de calcul a mărimilor necunoscute constă din două etape. La prima etapă se calculează curenții în sarcini, utilizând a doua teoremă a lui Kirchhoff, iar apoi curenții clasificați ca mărimi secundare după prima teoremă a lui Kirchhoff. S-a propus forma matricială generalizată a sistemului ecuațiilor de calcul și recomandările de întocmire a matricelor coeficienților de pe lângă mărimile necunoscute pentru fiecare fază. Ecuația matricială generalizată include  $3n$  ecuații. Metoda propusă permite calcularea regimurilor simetrice și nesimetrice în circuitele trifazate pentru un număr nelimitat de sarcini conectate la fazele lui. Regimurile de limită cum sunt scurtcircuitele monofazate, bifazate, trifazate și între faze, precum și de mers în gol pentru unele din sarcini se efectuează în baza unei descrieri unice a circuitului și algoritmului generalizat de calcul a mărimilor necunoscute.

**Cuvinte-cheie:** Metodă matricială, circuit trifazat, sarcini distribuite simetrice și nesimetrice.

## РАСЧЕТ ЦЕПИ ТРЕХФАЗНОГО ТОКА ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЧИСЛЕ ПОДКЛЮЧЕННЫХ НАГРУЗОК

**Берзан В.П.**

*Институт энергетики Академии Наук Молдовы*

**Аннотация.** В работе предложен алгоритм расчета нормальных и аварийных режимов трехфазных цепей при распределенном характере подключения нагрузок. Предложено разделить искомые неизвестные (токи) на две группы. Токи, которые относятся к нагрузкам считать главными искомыми величинами, а токи в остальных ветвях цепи - дополняющими. Такая постановка задачи позволяет рассчитать на первом этапе токи в нагрузках, а затем и другие токи цепи на основе первого закона Кирхгофа. Предложены записи матричного уравнения и правила составления матриц коэффициентов для каждой фазы в зависимости от числа подключенных нагрузок к фазам цепи. Матричное уравнение включает  $3n$  неизвестных токов. Предложенный метод позволяет рассчитать режим как в симметричной, так и в несимметричной трехфазной сети на основе одного и того же алгоритма расчета. Предельные режимы такие как: однофазные, двухфазные, трехфазные и междуфазные короткие замыкания, а также, и режимы при отключении некоторых фазных нагрузок (моделирование режима ХХ в любом узле фазы или цепи), также рассчитываются по установленному общему алгоритму.

**Ключевые слова:** Матричный метод, трехфазная цепь, распределенные симметричные и несимметричные нагрузки.

## 1. Введение

В учебно-методической литературе присутствует утверждение, что при расчете трехфазной цепи применимы все методы, используемые для расчета линейных однофазных цепей[1-4]. При выполнении расчетов принимаются некоторые допущения: сопротивления фазных проводов, нейтрали и внутреннее сопротивление генератора меньше сопротивлений приемников и при упрощенных расчетах режима цепи они не учитываются. Нагрузки могут быть однофазные, трехфазные, симметричные и несимметричные, сосредоточенные и распределенные по длине питающей линии, что имеет в качестве следствия усложнение методики расчета. Также, нагрузки трехфазной цепи могут быть активные, реактивные или иметь комплексный характер, например, иметь активно-индуктивный или активно-емкостной характер.

В схемах замещения эти нагрузки представляются комплексными сопротивлениями, которые могут быть подключены по схеме «звезда» или треугольник. Отметим, что схему соединения нагрузок в «треугольник» можно преобразовать в «звезду» и наоборот[1-3]. Это свойство позволяет привести схемы замещения трехфазных цепей к однотипной структуре, что является несомненным преимуществом при выполнении расчетов режимов таких цепей.

Учет реальных параметров цепи и распределенного характера нагрузок в цепи приводит к определенным сложностям и необходимости применения специальных методов, что усложняет решение поставленной расчетной задачи. Вследствие этого, приходится каждый раз проводить анализ цепи, выбирать метод расчета и формально, каждый раз решать как бы новую задачу, особенно при переменном характере нагрузки. Все это представляется достаточно сложным и трудоемким процессом при расчете трехфазных цепей с произвольной структурой и несимметричными нагрузками.

Поэтому, представляется рациональным и обоснованным рассмотреть задачу разработки подхода, который бы позволил, не изменяя общую структуру расчетного метода обеспечить расчет трехфазной цепи при переменной ее структуре в нормальных и в аварийных режимах.

## 2. Рабочая гипотеза

При решении задачи применим подход, изложенный в работе [5]. Основная идея этого подхода состоит в разделении токов цепи на две группы: на токи, которые текут в нагрузках и токи, протекающие по проводам фаз и нейтрали. Будем полагать, что токи нагрузок являются главными (базовыми), а оставшиеся токи цепи составляют вспомогательную (второстепенную) группу искомых величин. Нагрузки образуют поперечные ветви (их могут назвать и ветвями связи) в схеме замещения трехфазной четырехпроводной цепи, а участки проводов фаз и нейтрального провода, расположенные между двумя близлежащими точками  $i$  и  $i+1$ , к которым подключены фазные нагрузки  $Z_{AS(i)}$  и  $Z_{AS(i+1)}$ , образуют продольные ветви цепи (их можно назвать ветвями дерева). Отличительной особенностью такого разделения цепи и ее параметров состоит в том, что продольные параметры для данной цепи являются постоянными и заданы при проектировании. В то же время, значения параметров поперечных ветвей изменяются в широких пределах, например, от нуля (режим КЗ для данной поперечной ветви) до режима холостого хода, например, при отключении данной нагрузки (поперечной ветви) от цепи. В общем случае к фазам подключены  $n$  однофазных и/или трехфазных нагрузок, которые в схеме замещения цепи представляются комплексными сопротивлениями.

Расчет линейных электрических цепей имеет в основу первый и второй законы Кирхгофа. Поэтому, для расчета цепи мы должны иметь число уравнений равных числу искомых неизвестных. В рамках сформулированной задачи рассмотрим схему замещения, представленную на рис. 1, заранее не ограничивая число нагрузок подключенных к цепи.

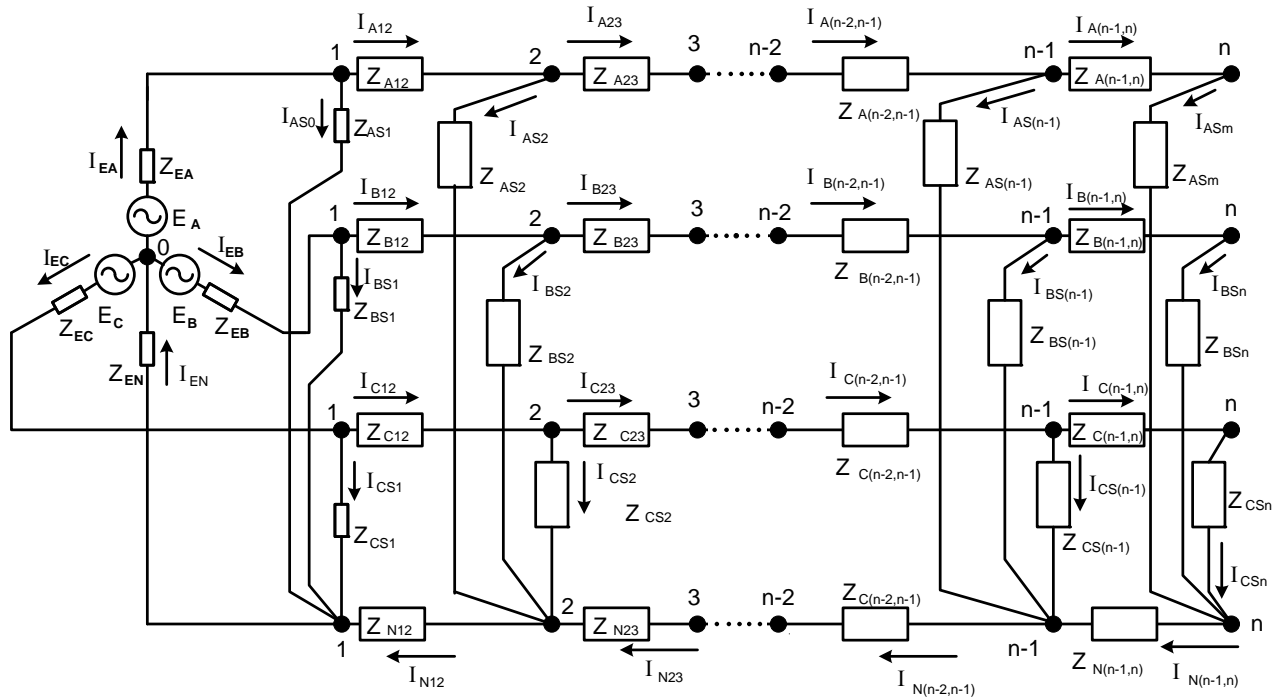


Рис. 1. Схема замещения трехфазной четырехпроводной цепи с  $n$  нагрузками в фазах

Для сохранения системности и однообразности в обозначениях величин, предлагается величины которые относятся к источнику питания обозначить следующим образом:  $I_{EA} = I_{A01}; I_{BA} = I_{B01}; I_{CA} = I_{C01}; I_{EN} = I_{N01}; Z_{EA} = Z_{A01}; Z_{EB} = Z_{B01}; Z_{EC} = Z_{C01}$ . В представленной схеме каждая фаза имеет  $n$  нагрузок, а цепь фазы содержит  $2n$  ветвей, в том числе  $n_s$  поперечных и  $n_l$  продольных ветвей. Однофазные нагрузки, подключенные к той или иной фазе в узле  $i$  предлагается дополнить добавлением недостающих поперечных ветвей составленных из импедансов  $Z_{S\text{sup}(i)}$ , чтобы в схеме замещения они приобрели структуру трехфазных нагрузок. Значения импедансов добавленных ветвей должны намного превышать значение самого большого из наблюдаемых комплексных сопротивлений  $Z_{S\text{max}}$  цепи, т.е. должно быть выполнено условие  $Z_{S\text{sup}(i)} \gg Z_{S\text{max}}$ . Таким способом расчетная схема преобразуется к виду, чтобы она имела симметричную структуру. Необходимо также преобразовать нагрузки подключенные по схеме «треугольник» в «звезду», т.е.  $\Delta_S \rightarrow Y_s$ . При выполнении этих условий, число продольных ветвей в нулевом проводе будет равно числу поперечных ветвей в фазах цепи. Выполнение этих условий приводит к тому, что для случая четырехпроводной трехфазной цепи число неизвестных величин равно  $7n$ , т.е. выражается через число нагрузок подключенных к фазе цепи. Количество неизвестных для главной группы токов, т.е. токов  $I_{S(i)}$  в нагрузках  $Z_{S(i)}$  равно  $3n$ , а  $4n$  токов относятся к вспомогательной группе токов  $I_{i-1,i}$ , протекающие в продольных ветвях с импедансами  $Z_{i-1,i}$  и нулевого провода  $Z_{N(i-1,i)}$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

При учете нулевого провода мы можем записать для представленной схемы  $(m+1)n$  уравнений по первому закону Кирхгофа, где  $m$  - число фаз цепи;  $n$  - число узлов подключения нагрузок к фазе после преобразования и симметрирования структуры цепи. Для того, чтобы замкнуть систему нам требуется составить еще  $3n$  уравнений по второму

закону Кирхгофа. В эту группу уравнений должны войти уравнения, которые включают источник и неизвестные переменные, которые мы включили в главную группу искомых величин-токи в нагрузках.

Нашу задачу мы сформулируем следующим образом. Необходимо предложить обобщенный метод расчета токов в нагрузках трехфазной цепи с нулевым проводом с учетом влияния реальных параметров цепи при подключении к цепи  $n$  трехфазных нагрузок.

### 3. Метод расчета

Для эквивалентной схемы (рис.1) можно записать различные комбинаций уравнений для токов в узлах и падений напряжения в контурах.

В общем виде соотношения для токов в узлах ветвления в каждой фазе и нулевом проводе записываются следующим образом:

$$I_{A(i-1,i)} = I_{AS(i)} + I_{A(i,i+1)}; I_{B(i-1,i)} = I_{BS(i)} + I_{B(i,i+1)}; I_{N(i-1,i)} = I_{AS(i)} + I_{BS(i)} + I_{CS(i)}, \quad (1)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

При включении в цепи  $n$  трехфазных нагрузок в четырехпроводной цепи число уравнений для токов будет равно  $4n$ . Для падений напряжения в замкнутых контурах можем записать  $3n$  уравнений. Эти уравнения разделим на 2 группы. Первая группа, которая состоит из 3-х уравнений, представляет сумму падений напряжений в главном контуре фазы и включает фазные ЭДС источника питания. Главный контур, кроме продольных ветвей фаз и нулевого провода источник питания включает только одну поперечную ветвь (ветвь связи), которая также является наиболее удаленной от источника питания. Другая группа включает  $k$  подгрупп из трех уравнений падений напряжения в замкнутых контурах включающих две близлежащие поперечные ветви (ветви связи) и двух продольных ветвей (ветви дерева фазы и нулевого провода) фазного провода и нулевого провода соединяющие концы поперечных ветвей с образованием замкнутого локального контура цепи между узлами  $i$  и  $i+1$ . Через  $k$  обозначим порядковый номер рассматриваемого замкнутого контура, причем  $k = 2, 3, 4, \dots, n$ .

Для главного контура в случае подключения  $n$  нагрузок на фазу можем записать следующую подгруппу уравнений для фаз А, В и С:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n I_{A(i-1,i)} Z_{A(i-1,i)} + I_{ASn} Z_{ASn} + \sum_{i=1}^n I_{N(i-1,i)} Z_{N(i-1,i)} &= E_A; \\ \sum_{i=1}^n I_{B(i-1,i)} Z_{B(i-1,i)} + I_{BSn} Z_{BSn} + \sum_{i=1}^n I_{N(i-1,i)} Z_{N(i-1,i)} &= E_B; \\ \sum_{i=1}^n I_{C(i-1,i)} Z_{C(i-1,i)} + I_{CSn} Z_{CSn} + \sum_{i=1}^n I_{N(i-1,i)} Z_{N(i-1,i)} &= E_C \end{aligned} \quad (2)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

В общем виде уравнения для контуров смежных поперечных ветвей можно записать для случая подключения  $n$  нагрузок следующим образом:

$$\begin{aligned}
 I_{A(i,i+1)}Z_{A(i,i+1)} + I_{AS(i+1)}Z_{AS(i+1)} + I_{N(i,i+1)}Z_{N(i,i+1)} - I_{AS(i)}Z_{AS(i)} &= 0; \\
 I_{B(i,i+1)}Z_{B(i,i+1)} + I_{BS(i+1)}Z_{BS(i+1)} + I_{N(i,i+1)}Z_{N(i,i+1)} - I_{BS(i)}Z_{BS(i)} &= 0; \\
 I_{C(i,i+1)}Z_{C(i,i+1)} + I_{CS(i+1)}Z_{CS(i+1)} + I_{N(i,i+1)}Z_{N(i,i+1)} - I_{CS(i)}Z_{CS(i)} &= 0,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ .

Последовательной подстановкой токов из уравнения (1) в уравнения подгрупп (2) и (3) преобразуем их к виду, чтобы уравнения (2) и (3) содержали в качестве независимых переменных только токи нагрузок  $I_{Si}$ , т.е. токи которые мы определили как главные:

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{n-1} I_{ASi}(Z_{A0i} + Z_{N(i-1)i}) + I_{ASn}(Z_{A0n} + Z_{ASn} + Z_{N(n-1)n}) + \sum_{i=1}^n I_{BSi}Z_{N(i-1)i} + \sum_{i=1}^n I_{CSi}Z_{N(i-1)i} &= E_A; \\
 \sum_{i=1}^n I_{ASi}Z_{N(i-1)i} + \sum_{i=1}^{n-1} I_{BSi}(Z_{B0i} + Z_{N(i-1)i}) + I_{BSn}(Z_{B0n} + Z_{BSn} + Z_{N(n-1)n}) + \sum_{i=1}^n I_{CSi}Z_{N(i-1)i} &= E_B; \\
 \sum_{i=1}^n I_{ASi}Z_{N(i-1)i} + \sum_{i=1}^n I_{BSi}Z_{N(i-1)i} + \sum_{i=1}^{n-1} I_{CSi}(Z_{C0i} + Z_{N(i-1)i}) + I_{CSn}(Z_{C0n} + Z_{CSn} + Z_{N(n-1)n}) &= E_C; \\
 \sum_{i=1}^{k-2} I_{AS(i)}0 - I_{AS(k-1)}Z_{AS(k-1)} + I_{AS(k)}(Z_{A(k-1,k)} + Z_{AS(k)} + Z_{N(k-1,k)}) + \sum_{i=k+1}^n I_{AS(i)}Z_{A(k-1,k)} + \\
 + \sum_{i=1}^{k-2} I_{BS(i)}0 + I_{BS(k)}Z_{N(k-1,k)} + \sum_{i=k+1}^n I_{BS(i)}0 + \sum_{i=1}^{k-2} I_{CS(i)}0 + I_{CS(k)}Z_{N(k-1,k)} + \sum_{i=k+1}^n I_{CS(i)}0 &= 0; \\
 \sum_{i=1}^{k-2} I_{AS(i)}0 + I_{AS(k)}Z_{N(k-1,k)} + \sum_{i=k+1}^n I_{AS(i)}0 + \sum_{i=1}^{k-2} I_{BS(i)}0 - I_{BS(k-1)}Z_{BS(k-1)} + \\
 + I_{BS(k)}(Z_{BS(k-1,k)} + Z_{BS(k)} + Z_{N(k-1,k)}) + \sum_{i=k+1}^n I_{BS(i)}Z_{B(k-1,k)} + \sum_{i=1}^{k-2} I_{CS(i)}0 + I_{CS(k)}Z_{N(k-1,k)} + \sum_{i=k+1}^n I_{CS(i)}0 &= 0; \\
 \sum_{i=1}^{k-2} I_{AS(i)}0 + I_{AS(k)}Z_{N(k-1,k)} + \sum_{i=k+1}^n I_{AS(i)}0 + \sum_{i=1}^{k-2} I_{BS(i)}0 + I_{BS(k)}Z_{N(k-1,k)} + \sum_{i=k+1}^n I_{BS(i)}0 + \\
 + \sum_{i=1}^{k-2} I_{CS(i)}0 - I_{CS(k-1)}Z_{CS(k-1)} + I_{CS(k)}(Z_{CS(k-1,k)} + Z_{CS(k)} + Z_{N(k-1,k)}) + \sum_{i=k+1}^n I_{CS(i)}Z_{BC(k-1,k)} &= 0,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;  $k = 2, 3, 4, \dots, n$ .

В зависимости от значения показателя  $k$  система уравнений (4), представленная в общем виде, после ее развертывания содержать  $3n$  уравнения с  $3n$  независимыми переменными в каждой строке. Эти независимые переменные можно представить следующим вектором:

$$X = (I_{AS1}, I_{AS2}, \dots, I_{AS(n-1)}, I_{ASn}, I_{BS1}, I_{BS2}, \dots, I_{BS(n-1)}, I_{BSn}, I_{CS1}, I_{CS2}, \dots, I_{CS(n-1)}, I_{CSn}), \tag{5}$$

а систему уравнений (4) в матричном виде

$$BX = Y \tag{6}$$

где  $B$ -квадратная матрица  $n \times n$  коэффициентов при независимыми переменными;  $Y$ -вектор известных величин. Вектор  $Y$  имеет  $n$  компонент, т.е.  $Y = (E_A, E_B, E_C, 0, 0, \dots, 0)$ .

Квадратную матрицу  $B$  удобно представить в следующем виде, т.е. выделив через отдельные матрицы коэффициентов независимых переменных для каждой фазы:

$$B = \begin{vmatrix} B_{ASi}^E & B_{BSi}^E & B_{CSi}^E \\ B_{AS(k-1,k)} & B_{BS(k-1,k)} & B_{CS(k-1,k)} \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Матрицы  $B_{ASi}^E, B_{BSi}^E, B_{CSi}^E$  представляют коэффициенты при неизвестных переменных в уравнениях главного контура (соответственно для фазы А, В и С) имеют размерность  $m \times n$ , где  $m$  – число фаз цепи, т.е. для трехфазной цепи  $m = 3$ . Матрицы  $B_{AS(k-1,k)}, B_{BS(k-1,k)}, B_{CS(k-1,k)}$  подразделяются на группы по индексу  $k = 2, 3, 4, \dots, n$ , т.е. на  $(n-1)$  подгрупп размерностью  $m \times n$ .

Для главного контура матрицы  $B_{ASi}^E, B_{BSi}^E, B_{CSi}^E$  представляются следующими коэффициентами:

$$B_{ASi}^E = \begin{vmatrix} Z_{A01} + Z_{N01} & Z_{A02} + Z_{N12} & \dots & Z_{A0(i-1)} + Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{A0n} + Z_{ASn} + Z_{N(n-1,n)} \\ Z_{N12} & Z_{N12} & \dots & Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{N(n-1,n)} \\ Z_{N12} & Z_{N12} & \dots & Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{N(n-1,n)} \end{vmatrix};$$

$$B_{BSi}^E = \begin{vmatrix} Z_{N12} & Z_{N12} & \dots & Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{N(n-1,n)} \\ Z_{B01} + Z_{N01} & Z_{B02} + Z_{N12} & \dots & Z_{B0(i-1)} + Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{B0n} + Z_{BSn} + Z_{N(n-1,n)} \\ Z_{N12} & Z_{N12} & \dots & Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{N(n-1,n)} \end{vmatrix}; \quad (8)$$

$$B_{CSi}^E = \begin{vmatrix} Z_{N12} & Z_{N12} & \dots & Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{N(n-1,n)} \\ Z_{N12} & Z_{N12} & \dots & Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{N(n-1,n)} \\ Z_{C01} + Z_{N01} & Z_{C02} + Z_{N12} & \dots & Z_{C0(i-1)} + Z_{N(i-2,i-1)} & \dots & Z_{C0n} + Z_{CSn} + Z_{N(n-1,n)} \end{vmatrix}.$$

Для контуров включающие две смежные продольные ветви  $Z_{Si}$  и  $Z_{S(i+1)}$  структура матриц зависит от порядкового номера контура  $k = 2, 3, \dots, n$ . Первая строка матрицы  $B_{AS(k-1,k)}$  имеет ненулевые элементы начиная с индекса  $k-1$ . Элементам расположенных слева от элемента с индексом  $Z_{AS(k-1)}$  присваиваются нулевые значения, т.е.  $Z_{AS(k-2)} = 0$ . Вторая и третья строка содержат только один ненулевой элемент  $Z_{N(k-1,k)}$  в столбце  $i = k$ , является комплексным сопротивлением продольной ветви (участка) нулевого провода соединяющие узлы  $i-1$  и  $i$  при  $i = k$ . По таким же правилам составляются остальные матрицы для фаз В и С, которые имеют подобную структуру, что и матрица  $B_{AS(k-1,k)}$ . Учтем только следующую особенность, что заполненной строкой с ненулевыми элементами в матрице  $B_{BS(k-1,k)}$  являются вторая строка, также начиная с элемента  $Z_{BS(k-1)}$ . В матрице  $B_{CS(k-1,k)}$  ненулевые элементы третьей строки начинаются с  $Z_{CS(k-1)}$ , а элементы  $Z_{N(k-1,k)}$  расположены также в столбце с номером  $i = k$ .

При построении матриц  $B_{AS(k-1,k)}, B_{BS(k-1,k)}, B_{CS(k-1,k)}$  коэффициентам при искомым неизвестных, имеющие индексы  $i = k - 2 \leq 0$  присваивают нулевые значения для получения матрицы с размерностью  $m \times n$ . Матрицы коэффициентов при искомым неизвестных для подгрупп уравнений контуров включающих смежные комплексные сопротивления двух нагрузок  $Z_{Si}$  и  $Z_{S(i+1)}$  можно с учетом изложенных правил представить в общем виде:

$$\begin{aligned}
 B_{AS(k-1,k)} &= \begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & -Z_{AS(k-1)} & (Z_{A(k-1,k)} + Z_{AS(k)} + Z_{N(k-1,k)}) & Z_{A(k-1,k)} & \cdots & Z_{A(k-1,k)} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & Z_{N(k-1,k)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & Z_{N(k-1,k)} & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}; \\
 B_{BS(k-1,k)} &= \begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & Z_{N(k-1,k)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -Z_{BS(k-1)} & (Z_{B(k-1,k)} + Z_{BS(k)} + Z_{N(k-1,k)}) & Z_{B(k-1,k)} & \cdots & Z_{B(k-1,k)} \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & Z_{N(k-1,k)} & 0 & \cdots & 0 \end{vmatrix}; \quad (9) \\
 B_{CS(k-1,k)} &= \begin{vmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & Z_{N(k-1,k)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & Z_{N(k-1,k)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -Z_{CS(k-1)} & (Z_{C(k-1,k)} + Z_{CS(k)} + Z_{N(k-1,k)}) & Z_{C(k-1,k)} & \cdots & Z_{C(k-1,k)} \end{vmatrix}.
 \end{aligned}$$

Выполним проверку соответствия числа уравнений для определения искомым неизвестных, т.е. токов в каждой из  $n$  нагрузок. Пусть число нагрузок на фазу равно  $n = 7$ . Число искомым неизвестных токов в нагрузках будет  $m \cdot n = 21$  (см. урав. (5)). Количество дополняющих контуров  $k_{\max} = n - 1 = 7 - 1 = 6$ . Поскольку имеем  $m \cdot k_{\max} = 3 \cdot 6 = 18$  следовательно можем составить 18 уравнений для падений напряжения в локальных контурах и три уравнения системы (2) главных контуров, что дает нам в итоге для 21-ой неизвестных величин и систему из 21-го уравнения, что и обеспечивает возможность определения этих искомым неизвестных.

Искомые значения неизвестных токов  $I_{ASi}, I_{BSi}, I_{CSi}$  при  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  вычисляются на основе матричного уравнения (6) с применением, например, правила Крамера:

$$I_{ASi} = \frac{B_{I_{ASi}}}{B}, \quad I_{BSi} = \frac{B_{I_{BSi}}}{B}, \quad I_{CSi} = \frac{B_{I_{CSi}}}{B}, \quad (10)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Матрицы  $B_{I_{ASi}}, B_{I_{BSi}}, B_{I_{CSi}}$  получаем заменой столбца из коэффициентов при величинах  $I_{ASi}, I_{BSi}, I_{CSi}$  на вектор известных величин  $Y = (E_A, E_B, E_C, 0, 0, \dots, 0)$ . При известных значениях комплексных сопротивлений схемы замещения (рис.1) и применение стандартных программ, например MATLAB, легко можно вычислить искомые токи в нагрузках, а зная их вычислить и другие токи цепи, используя соотношения, составленные на основе первого закона Кирхгофа. Если нам известны токи, можно вычислить, также, и другие энергетические характеристики цепи, например, потери в различных участках (ветвях) цепи, активную и реактивную мощность, КПД,  $\cos \varphi$  итп.

Предложенный подход и алгоритм расчета позволяет вычислять и установившиеся аварийные режимы, например, однофазные, двухфазные и трехфазные короткие замыкания в трехфазной цепи. Преимуществом подхода является то, что при расчете нет необходимости формулировать каждый раз задачу по новому в зависимости от структуры трехфазной цепи и соотношений значений фазных нагрузок.

## Выводы

1. Предложенный подход разделения токов цепи на главные и вспомогательные позволяет алгоритмизировать процедуру расчета режима трехфазной цепи с распределенными нагрузками.
2. Использование матричного метода расчета позволяет формализовать процесс составления уравнений электромагнитного баланса цепи, упорядочить подготовку исходных данных, что особенно существенно при расчете трехфазных цепей со сложной структурой.
3. Изменение структуры осуществляется за счет задания детерминированных значений параметров фазных нагрузок цепи, например, для режима КЗ, конкретной нагрузки (комплексному сопротивлению) присваивают в исходных данных нулевое значение, а в случае отключения от фазы присваивается очень большое значение.
4. Предложен простой алгоритм формирования исходных матриц на основе структуры схемы замещения цепи, который позволяет выполнить и проверку правильности их составления методом сопоставления с аналогичными матрицами для других контуров.

### Литература.

- [1] Основы теории цепей: Учеб. для вузов /Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. –5-е изд., перераб. –М.: Энергоатомиздат, 1989. –528с.
- [2] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротехнических, энергетических и приборостроительных специальностей вузов. –7-е изд., перераб. и доп. –М.: Высш. шк., 1978. –528с.
- [3] Теоретические основы электротехники. Учеб. для вузов. В трех т. Под общ. ред. К.М.Поливанова. Т.1. К.М.Поливанов. Линейные электрические цепи с сосредоточенными постоянными. –М.: Энергия, 1972. –240 с.
- [4] <http://model.exponenta.ru/electro/0042.htm>
- [5] Berzan V. Electrofizica și energetica. Universitatea Academiei de Științe a Moldovei; IE AȘM. – Chișinău, 2014. – 262p. ISBN 978-99-75-62
- [6] Berzan V., Tirsu M., Iliescu P. Calculation of Electric Circuit rules of Sources and Distributed Loads. ICHQP 2014. 16th International Conference on Harmonics and Quality of Power (ICHQP). Bucharest, Romania, 25-28 May 2014. SESSION 6C - Renewable Generation/Distributed Generation and Power Quality. IEEE (Journal, Magazine, Conference, Book). ICHQP\_187. 978-1-4673-6487-4/14/\$31.00 ©2014 IEEE

### Сведения об авторе.



**Берзан В.П.** Доктор-хабилитат технических наук. Область научных интересов: диагностика энергетического оборудования, нестационарные процессы в неоднородных электрических цепях, математическое моделирование, транспорт электроэнергии на большие расстояния, возобновляемые источники энергии. Автор более 220 научных публикаций, в том числе 25 патентов и 12 монографий.  
E-mail: berzan@ie.asm.md