

Calculation of the Magnetic Fields of the Electric Power Line

Patsiuk V., Berzan V., Rybacova G.

Institute of Power Engineering of the Academy of Science of Moldova
Chisinau, Republic of Moldova

Abstract: The task of calculation of per unit length parameters of multi-conductor electrical overhead transmission lines has been treated in the paper. The calculation of distribution of electric and magnetic fields has been performed by means of the finite volume method for entire span of the line. The theoretical justification of the method for calculation the parameters of electromagnetic field taking into account the change of the vector of magnetic potential along the line has been given. The problems of electrostatic and magnetostatic for a single electric conductor and unlimited long conductor with current have been solved. For the inner and total inductivities of a single conductor under the current have been obtained relationships and drawn dependences. Dependence between the speeds of light and of electromagnetic wave's propagation has been presented. Based on the characteristics of distribution of electric and magnetic fields of multi-conductor lines has been provided the method of calculation of the matrix of own and mutual capacitances and inductivities the calculated values of per unit length parameters of compact 110 kV electric line which is in concordance with one of basic physical constant – the speed of light.

Keywords: multi-conductor overhead line, magnetic field, matrix of per unit length parameters.

Calculul câmpurilor magnetice a liniilor electrice

Pațuc V., Berzan V., Rîbacova G.

Institutul de Energetică al Academiei de Științe a Moldovei
Chișinău, Republica Moldova

Rezumat. În lucrare se examinează problema de calcul a parametrilor lineică a liniilor electrice cu multe conductoare. Calculul are la bază determinarea distribuției câmpurilor electrice și magnetice, care se face prin utilizarea metodei volumelor finite pentru deschiderea liniei. Se prezintă baza teoretică a metodei de calcul a câmpului electromagnetic al liniei, ținând cont de evoluția valorii vectorului potențialului magnetic în linie. S-au soluționat probleme pentru repartiției câmpului electrostatic staționar și a câmpului magnetic al unui conductor infinit. S-au obținut relațiile de calcul pentru componentele inductanței conductorului (internă, externă, inductanța totală) a conductorului. S-a obținut caracteristica de evoluție a vitezei de propagare a câmpului electromagnetic în raport cu viteza luminii în linia electrică în funcție de coraportul parametrilor geometriei spațiului în care se propagă. Pe baza caracteristicilor distribuției câmpurilor electrice și magnetice ale liniei cu multe conductoare s-a propus metoda de calcul a matricelor parametrilor capacitivi și inductivi proprii și mutuli ai liniei compacte cu tensiune de 110 kV, a căror valori sunt în concordanță cu una dintre constantele de bază ale fizicii, deci cu viteza luminii.

Cuvinte cheie: linie electrică cu multe conductoare, câmp magnetic, matricea parametrilor lineică.

Расчет магнитных полей линии электропередачи

Пацюк В.И., Берзан В.П., Рыбакова Г.

Институт энергетики Академии наук Молдовы
Кишинев, Республика Молдова

Аннотация. В работе рассмотрена задача расчета погонных параметров многопроводных линий электропередач. Расчет распределения электрического и магнитного поля выполнен методом конечных объемов для всего пролета линии. Дано теоретическое обоснование метода расчета параметров электромагнитного поля с учетом изменения векторного магнитного потенциала вдоль линии. Решены задачи электростатики и магнитостатики для отдельного проводника и бесконечно длинного проводника с током. Получены соотношения и построены зависимости внутренней и полной индуктивности для одиночного проводника. Представлена зависимость между скоростью распространения электромагнитной волны в линии электропередачи и скоростью света. На основе характеристик распределения электрического и магнитных полей многопроводных линий приведена методика расчета матриц их собственных и взаимных емкостей и индуктивностей расчетные значения погонных параметров компактной линии с напряжением 110 кВ, которые согласуются с одной из базовых физических констант – скоростью света.

Ключевые слова: многопроводная линия электропередачи, магнитное поле, матрица погонных параметров.

I. ВВЕДЕНИЕ

В [1,2] отмечено, что при высокой частоте имеется связь между значениями погонных параметров (погонной индуктивности и емкости) высоковольтной линии передачи.

Согласно [1], при весьма высокой частоте, в некоторых случаях собственные и взаимные индуктивности проводов и контуров могут быть определены с помощью соотношений, связывающих эти величины с аналогичными величинами, интегрально характеризующими электростатическое поле (емкость, собственные и взаимные потенциальные коэффициенты [2, 4]).

Рассмотрим, например, идеальную однофазную линию (линию без потерь) с проводами произвольного поперечного сечения, расположенными один внутри или вне другого (однофазный кабель, двухпроводная или многопроводная линия). Из теории электромагнитного поля известно, что электромагнитные волны распространяются вдоль идеальных проводников в идеальном диэлектрике со скоростью $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$, где ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрика [4]. С другой стороны, из теории длинных волн известно [3], что скорость движения волн вдоль идеальной однородной линии равна $v = 1/\sqrt{LC}$, где L и C – индуктивность и емкость линии на единицу ее длины. Сопоставляя оба выражения для скорости, приходим к важному соотношению

$$LC = \varepsilon\mu, \quad (1)$$

связывающему индуктивность идеальной линии с емкостью между ее проводами. Эта взаимосвязь позволяет свести определение индуктивности линии при весьма высокой частоте к определению емкости между проводами, т.е. к известной и достаточно хорошо изученной задаче электростатики [2].

Рассмотрим вычисление индуктивности одиночного провода по методике, изложенной в работе [5]. В ней решена задача магнитостатики для одиночного провода, т.е. в предположении, что частота электромагнитных колебаний $\omega = 0$.

II. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ БЕСКОНЕЧНО ДЛИННОГО КРУГЛОГО ПРОВОДНИКА С ТОКОМ

Расчет будем проводить исходя из фундаментального уравнения магнитостатики, записанного для векторного потенциала

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{j}, \quad (2)$$

с калибровкой

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = 0. \quad (3)$$

При этом принимаем, что $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$ из $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \mathbf{A}) - \Delta \mathbf{A}$, откуда следует, что $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \mathbf{A}) = -\Delta \mathbf{A}$.

Связь индукции магнитного поля с векторным потенциалом находится из соотношения

$$\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A} \quad (3)$$

Запишем уравнение (2) в цилиндрических координатах с учётом того, что плотность тока имеет только одну аксиальную компоненту, направленную по оси z : $\mathbf{j} = (0, 0, j_z)$. Она порождает поле векторного потенциала, имеющего также только одну компоненту $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$

$$\Delta A_z = -\mu_0 j_z \quad (4)$$

Оператор Лапласа для декартовой компоненты векторного потенциала, зависящей от радиуса, имеет вид

$$\Delta A_z = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_z}{dr} \right) = -\mu_0 j_z. \quad (5)$$

Предположим, что в уравнение (5) плотность тока однородна по поперечному сечению $j_z = j_0 = \text{const}$, а проводник имеет конечный радиус R . Из (3) следует, что такое поле векторного потенциала порождает индукцию магнитного поля с одной компонентой

$$B_\varphi = -\frac{dA_z}{dr}. \quad (6)$$

Цилиндрическая поверхность проводника, имеющего радиус R , делит всё пространство, в котором возбуждено статическое магнитное поле, на две области: внутреннюю область ($0 \leq r \leq R$), в которой есть ток, и внешнюю область ($r > R$), где тока нет. Поставленная задача очень похожа на задачу электростатики для уравнения Пуассона (внутренняя краевая задача). Для внутренней области (потенциал обозначен индексом «1») уравнение (5) имеет вид

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_1}{dr} \right) = -\mu_0 j_0, \quad (7)$$

а во внешней области (потенциал обозначен индексом «2») получаем соотношение

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_2}{dr} \right) = 0. \quad (8)$$

В уравнении (5) перейдём к новой функции $y(\xi) = A_z / A_*$, где $\xi = r / R$, где величину A_* назовем масштабом векторного потенциала, который определяется из выражения

$$A_* = \mu_0 j_0 \frac{R^2}{4}. \quad (9)$$

Решение уравнения (7) для внутренней области имеет вид

$$y_1 = -\xi^2 + c_1 \ln \xi + c_2, \quad (10)$$

а для внешней области решение уравнения (8) имеет вид

$$y_2 = c_3 \ln \xi + c_4, \quad (11)$$

где c_1, c_2, c_3, c_4 – произвольные постоянные.

В решении (10) убираем особенность в нуле и выбираем значение потенциала, равного нулю на оси системы $y_1(0) = 0$. В этом заключается принципиальное отличие поставленной краевой магнитостатической задачи от электростатической. С учётом этого, получаем значения для постоянных $c_1 = c_2 = 0$. Постоянные c_3 и c_4 определяем из условия непрерывности функции и её производной на границе областей

$\xi = 1, c_3 = -2, c_4 = -1$. Окончательно решения (10) и (11) примут вид

$$y_1 = -\xi^2 \text{ для } 0 \leq \xi \leq 1 \text{ и} \\ y_2 = -(1 + \ln \xi) \text{ для } \xi > 1. \quad (12)$$

Радиальное распределение индукции находим, используя уравнение (6)

$$B_\varphi = -B_* \frac{dy}{d\xi}, \quad (13)$$

где $B_* = A_* / R$ – масштаб индукции поля.

Индукция линейно растёт во внутренней области

$$B_\varphi = 2B_* \xi, \quad (14)$$

а во внешней области убывает по закону

$$B_\varphi = 2B_* / \xi. \quad (15)$$

III. ИНДУКТИВНОСТЬ КРУГЛОГО ПРОВОДНИКА

Наличие двух областей, в которых магнитное поле распределено по разным законам, указывает на то, что индуктивность прямолинейного круглого провода имеет две компоненты. Первая компонента соответствует индуктивности, которая связана с потоком магнитного поля во внутренней области. В ней силовые линии магнитного поля поперечны линиям плотности тока. В связи с этим её удобно назвать *«токовой»* составляющей индуктивности. Вторая часть соответствует индуктивности, которая связана с магнитным потоком, находящимся во внешней области. Её удобно назвать потоковой компонентой индуктивности.

Если цилиндрический проводник разрезать по оси (рис. 1), то видна область, по которой следует интегрировать при вычислении потока во внутренней области. На рис. 1 крестиками указано направление магнитных силовых линий при условии, что плотность тока направлена вдоль оси z . Ось проводника обозначена OO' , а элементарная площадка интегрирования dS – заштрихована.

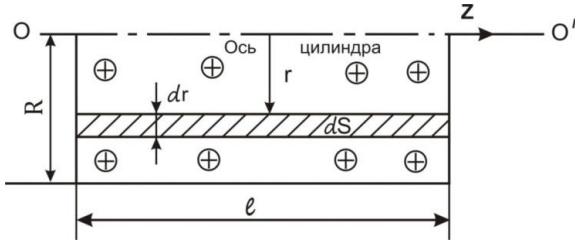


Рис. 1. Площадка интегрирования при вычислении потока во внутренней области

Внутренний магнитный поток в проводе вычисляется, используя формулу

$$\Phi_1 = \int_S B dS = l \int_0^R B(r) dr, \quad (16)$$

где $\Phi_* = A_* l$ - масштаб потока.

Учитывая соотношение (9) и связь тока с его плотностью $i = j_0 \pi R^2$, получим формулу для вычисления “*токовой*” компоненты погонной индуктивности проводника (определяемая с использованием протекающего по участку тока) вида

$$\frac{L_c}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} = const, \text{ нГн/см.} \quad (17)$$

Как следует из (17), погонная составляющая индуктивности внутри проводника $\frac{L_c}{l}$ является постоянной величиной и не зависит от радиуса проводника. Эта компонента индуктивности с точностью до константы совпадает с магнитной постоянной.

Проводя аналогичные вычисления во внешней области, получим погонную потоковую индуктивность

$$\frac{L_2}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0}{R}\right) = \frac{2L_c}{l} \ln\left(\frac{r_0}{R}\right). \quad (18)$$

При вычислении погонного значения индуктивности от внешней компоненты магнитного поля (18) введён параметр ограничения области распространения внешнего поля r_0 , являющиеся радиусом окружности для которой выполняется условие $r_0 > R$. Из уравнения (18) следует, что потоковая погонная индуктивность также не зависит от радиуса проводника, но имеет

логарифмическую расходимость при увеличении отношения $(r_0 / R) \rightarrow \infty$.

Полная погонная индуктивность L_f / l , выраженная через токовую индуктивность, имеет вид

$$\frac{L_f}{l} = \frac{L_c}{l} + \frac{L_2}{l} = \frac{L_c}{l} \left[1 + 2 \ln\left(\frac{r_0}{R}\right) \right], \quad (19)$$

и имеет логарифмическую расходимость при $(r_0 / R) \rightarrow \infty$.

Характер зависимости отношения величин L_f / L_c (полной погонной индуктивности цилиндрического проводника и внутренней компоненты) от приведённого радиуса ограничения внешнего магнитного поля $\xi_0 = r_0 / R$, представлена на рис. 2а.

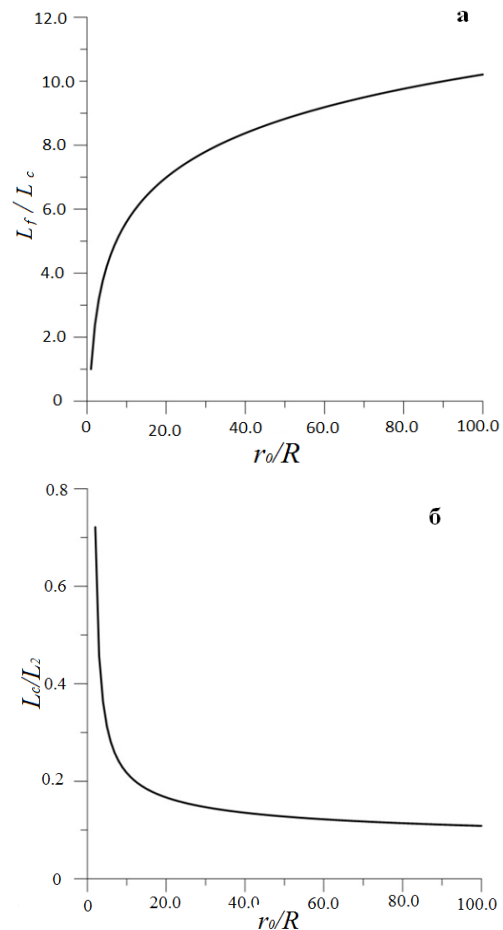


Рис. 2. Зависимость компонент индуктивности от параметра ограничения распространения внешнего поля

Из рис. 2а видно, что при изменении параметра ξ_0 в интервале от 5 до 100

отношение полной индуктивности к внутренней (токовой) изменяется в пределах $4,22 \leq L_f / L_c \leq 10,2$. Это говорит о том, что полная погонная индуктивность может в несколько раз превышать составляющую, которую мы обозначили как “*токовую*” индуктивность того же проводника.

На рис. 2б представлена зависимость отношения L_c / L_2 внутренней и внешней компонент индуктивностей проводника от параметра ξ_0 . Видно, что при ξ_0 , равном 100, “*токовая*” составляющая индуктивности L_c примерно в 10 раз меньше внешней составляющей обозначенная как L_2 .

Причина, по которой проявляется логарифмическая расходимость полной индуктивности, прозрачна. Решение поставленной задачи удаётся найти для бесконечно длинного проводника (отсутствует зависимость полей от переменной z).

Все реальные проводники, используемые в планарных технологиях, имеют конечную длину. Поэтому точное значение параметра обрезания поля и его зависимость от радиуса и длины проводника ждёт своего экспериментального определения.

Таким образом, погонная индуктивность одиночного провода L_f/l вычисляется по формуле (19). Из работы [6] следует, что погонная емкость C/l для провода радиуса R в оболочке радиуса r_0 вычисляется по формуле

$$\frac{C}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{r_0}{R}}. \quad (20)$$

Поэтому соотношение (1) (см. источник [1]) будет выполняться, если для индуктивности использовать формулу (18), а не (19). Если вычислить произведение погонных индуктивности и емкости по формулам (20) и (19), то получаем следующую связь между скоростью распространения электромагнитной волны в линии электропередачи v и скоростью света c

$$\frac{1}{v^2} = \frac{C}{l} \frac{L_f}{l} = \frac{2\pi\epsilon_0 \mu_0}{\ln \frac{r_0}{R} 4\pi} \left(1 + 2 \ln \frac{r_0}{R} \right) = \frac{1}{c^2} \left(1 + \frac{1}{2 \ln \frac{r_0}{R}} \right),$$

откуда следует соотношение

$$\frac{v}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2 \ln(r_0/R)}}}. \quad (21)$$

На рис. 3 приведена зависимость отношения скоростей v/c от отношения радиусов r_0/R . Видно, что значения отношения скоростей v/c всегда меньше единицы, и при $(r_0/R) \rightarrow \infty$ имеем $(v/c) \rightarrow 1$.

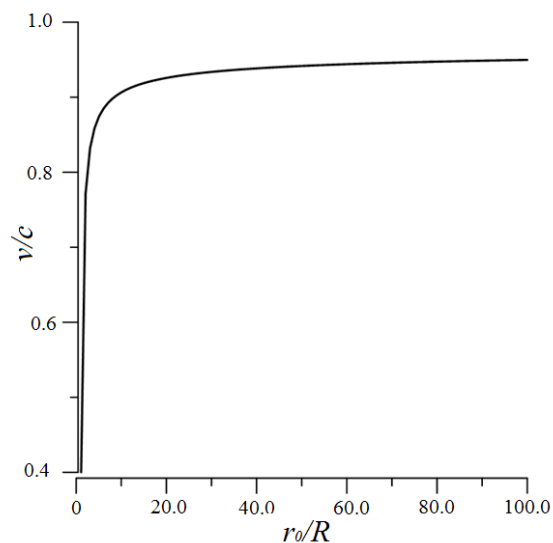


Рис. 3. График зависимости отношения скоростей v/c от отношения радиусов r_0/R

IV. НЕСТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОСТИ ОДИНОКОГО ПРОВОДНИКА

Рассмотрим задачу определения магнитного поля и индуктивности одиночного проводника при некоторой заданной частоте ω электромагнитного поля в линии электропередачи. Основные уравнения Максвелла имеют вид:
закон Гаусса

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho, \quad (22)$$

закон Гаусса для магнитного поля

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad (23)$$

закон электростатической индукции Фарадея

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad (24)$$

теорема циркуляции магнитного поля

$$\operatorname{rot} H = j + \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (25)$$

В формулах (22)-(25) величины D , B , H , и j являются векторными величинами: ρ – объёмная плотность стороннего электрического заряда (Кл/м³); j – плотность электрического тока; E – напряжённость электрического поля (В/м); H – напряжённость магнитного поля (А/м); D – электрическая индукция (Кл/м²); B – магнитная индукция (Тл = Вб/м²).

Векторы напряженности и индукции связаны следующими уравнениями

$$D = \varepsilon E; \quad B = \mu H, \quad (26)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость, ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость, ε_0 – электрическая постоянная ($\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$), c – постоянная скорости света ($c = 299792458$ м/с), $\mu = \mu_r \mu_0$ – абсолютная диэлектрическая проницаемость, μ_r – относительная магнитная проницаемость, μ_0 – магнитная постоянная ($\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Гн).

В изотропных и однородных средах без дисперсии уравнения Максвелла принимают следующий вид:

$$\operatorname{div} E = \frac{\rho}{\varepsilon}, \quad (27)$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad (28)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad (29)$$

$$\operatorname{rot} B = \mu j + \frac{\varepsilon_r \mu_r}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t}. \quad (30)$$

Для решения уравнений (27)-(30) введем векторный магнитный потенциал A по формуле

$$B = \operatorname{rot} A. \quad (31)$$

Поскольку $\operatorname{div} \operatorname{rot} A \equiv 0$, то уравнение (28) выполняется автоматически. Из уравнения (29) получаем следующее соотношение

$$\operatorname{rot} E = -\operatorname{rot} \frac{\partial A}{\partial t}.$$

Так как из равенства роторов некоторых векторов следует равенство этих векторов с точностью до градиента произвольной скалярной функции, то положим

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad} U, \quad (32)$$

где через U обозначена функция электрического потенциала.

Рассмотрим далее уравнение (30). В проводниках существует связь между плотностью тока j и напряженностью электрического поля E , в хорошем приближении выражаемая законом Ома:

$$j = \sigma E, \quad (33)$$

где σ – удельная проводимость среды, (Ом⁻¹·м⁻¹).

При низких частотах током смещения $j_{cm} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t}$ в уравнении (30) можно пренебречь и тогда из (30), (31), (32) и (33) получаем соотношение

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} A = \mu \sigma \left(-\frac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad} U \right). \quad (34)$$

Поскольку $\operatorname{rot} \operatorname{rot} A = \operatorname{grad} \operatorname{div} A - \Delta A$, то применяя калибровку $\operatorname{div} A = 0$, получаем уравнение для потенциала A

$$\Delta A - \mu \sigma \frac{\partial A}{\partial t} = \mu \sigma \operatorname{grad} U. \quad (35)$$

Предположим, что в проводе течет синусоидальный ток с частотой ω . Тогда представим вектор магнитного потенциала A в виде $A(x, y, z, t) = \dot{A}(x, y, z) e^{j\omega t}$. Для комплексной амплитуды \dot{A} получаем уравнение

$$\Delta \dot{A} - \mu \sigma \frac{\partial \dot{A}}{\partial t} = \mu \sigma \operatorname{grad} U. \quad (36)$$

Плотность тока в проводнике вычисляется по формуле

$$j = \sigma(\omega \dot{A} + \text{grad } U). \quad (37)$$

В одномерном случае для бесконечного круглого проводника имеем вектор $\dot{A} = (0, 0, A_z)$ и следующую задачу для компоненты \dot{A}_z векторного магнитного потенциала

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_z}{dr} \right) - \omega \mu \sigma \dot{A}_z = \mu \sigma \frac{\partial U}{\partial z} \quad (38)$$

для $0 < r < R$,

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dA_z}{dr} \right) = 0 \quad \text{для } R < r < r_0, \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_z = 0; \dot{A}_z(R-0) = \dot{A}_z(R+0), \frac{dA_z}{dr} \Big|_{r=R-0} = \\ = \frac{dA_z}{dr} \Big|_{r=R+0} \end{aligned} \quad (40)$$

Решением этой задачи является функция

$$\dot{A}_z(r) = \frac{\sigma \mu U}{\beta^2} [-1 + I_0(r\beta)] \quad \text{для } 0 < r < R, \quad (41)$$

$$\dot{A}_z(r) = \frac{\sigma \mu U}{\beta^2} [-1 + I_0(r\beta)] + \beta R I_1(\beta R) \ln \frac{r}{R} \quad (42)$$

для $R < r < r_0$.

В формулах (41) и (42) обозначено $\beta^2 = i\omega\sigma\mu$

или $\beta = \sqrt{\omega\sigma\mu} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$, а $I_0(r\beta)$ и $I_1(r\beta)$ - модифицированные функции Бесселя первого рода.

Плотность тока в проводе вычисляется по формуле (37)

$$j_z(r) = \mu \sigma^2 \left[\left(1 + \frac{\omega}{\beta^2} (-1 + I_0(r\beta)) \right) \frac{\partial U}{\partial z} \right] \quad (43)$$

для $0 < r < R$

и по формуле для тока в проводе

$$j_z = \int_0^{2\pi} \int_0^R j_z(r) r dr d\varphi \quad \text{получаем расчетное соотношение вида}$$

$$I_z = \frac{i\pi R \sigma (iR\beta^3 + R\beta\mu\sigma\omega - 2\mu\sigma\omega I_1(R\beta))}{\beta^2} \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (44)$$

Комплексное потоковое сопротивление \dot{Z} (Ом/м) вычисляется как отношение падения напряжения $\frac{\partial U}{\partial z}$ к току I_z и имеет вид

$$\dot{Z} = - \frac{i\beta^3}{\pi R \sigma (iR\beta^3 + R\beta\mu\sigma\omega - 2\mu\sigma\omega I_1(R\beta))}. \quad (45)$$

Для линий электропередачи различают продольные погонные параметры и поперечные параметры. Продольное комплексное сопротивление определяется активным и индуктивным сопротивлениями, а поперечные активной и емкостной проводимостями. Поскольку нас интересует погонная индуктивность, то можем записать для комплексного продольного сопротивления следующую формулу

$$\dot{Z} = R_a + i\omega L, \quad (46)$$

IV.

где R_a - активное сопротивление (Ом), L - индуктивность (Гн = Ом·с).

Сравнивая формулы (45) и (46), получаем выражение для вычисления индуктивности участка линии единичной длины

$$\begin{aligned} L = \frac{1}{\omega} (\text{Im}(\dot{Z})) = \\ = \frac{1}{\omega} \left[-\text{Im} \left(\frac{i\beta^3}{\pi R \sigma (iR\beta^3 + R\beta\mu\sigma\omega - 2\mu\sigma\omega I_1(R\beta))} \right) \right] \end{aligned} \quad (47)$$

V. МАТРИЦЫ ПОГОННЫХ ЕМКОСТЕЙ И ИНДУКТИВНОСТЕЙ ВЛ 110 кВ

Рассмотрим трехфазную линию электропередачи с параметрами, указанными на рис. 4. Для вычисления элементов матрицы погонных емкостей в полукруге радиусом 200 м строится треугольная сетка, изображенная на рис. 5. Затем в этой области методом конечных объемов решается набор электростатических задач для потенциала. Последовательно на каждом из проводов задается некоторый постоянный потенциал U_0 , а остальные заземляются, т.е. принимают потенциал, равный нулю. После определения поля распределения потенциала $u(x, y)$ в

области вычисляется вектор напряженности электростатического потенциала

$$\vec{E} = grad u = -\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right).$$

На рис. 6 изображены линии уровня потенциала u и потока вектора напряженности \vec{E} . Используя теорему Гаусса $Q = \frac{1}{\epsilon_a} \iint_S \vec{E} ds$, вычисляются заряды каждого из проводов линии. Через S

обозначены поверхности, окружающие провод, ϵ_a – абсолютная диэлектрическая

проницаемость. По формуле $\beta = \frac{Q}{U_0}$

вычисляются собственные и взаимные коэффициенты электростатической индукции.

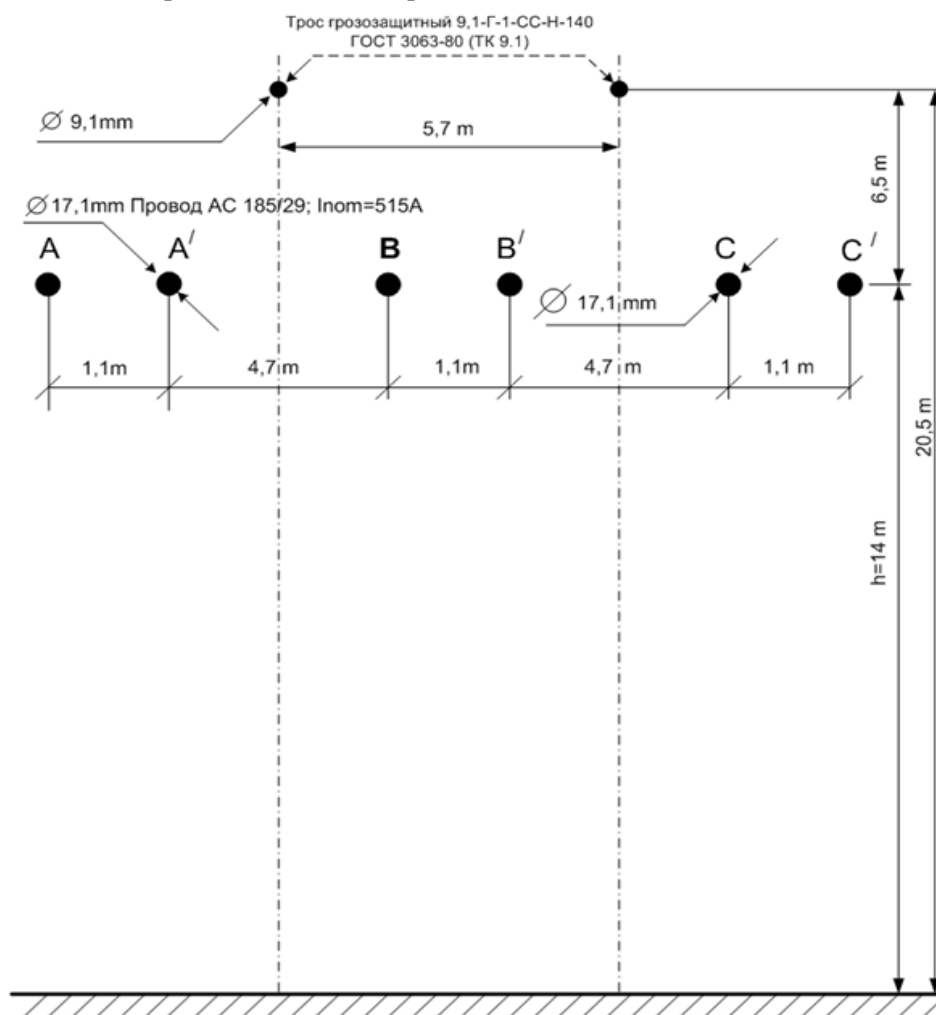


Рис. 4. Трехфазная многопроводная воздушная линия напряжением 110 кВ. Параметры линии

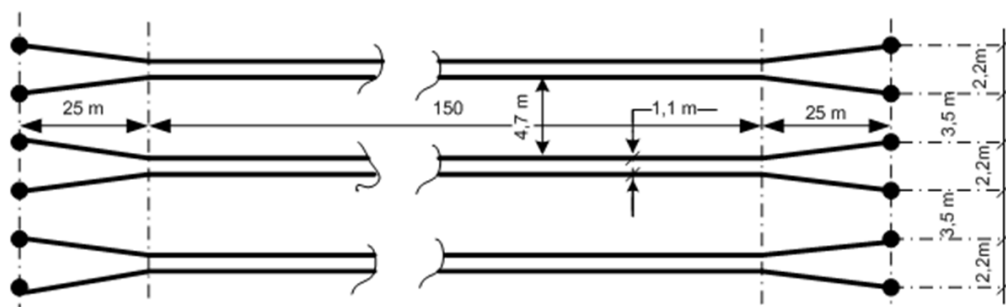


Рис.5. Расположение проводников в пролете ВЛ 110 кВ

Расчет распределения электрического и магнитного полей в пролете воздушной линии проводится численным методом. Для расчета используется метод конечных объемов [7].

Расчетная сетка, использованная для определения распределения электростатического поля строится для полукруга с радиусом 200 м.

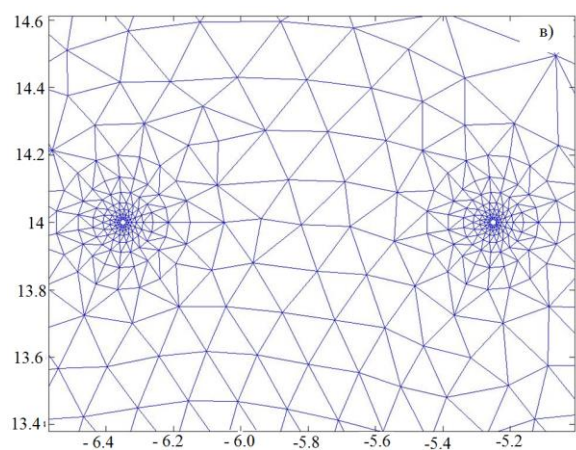
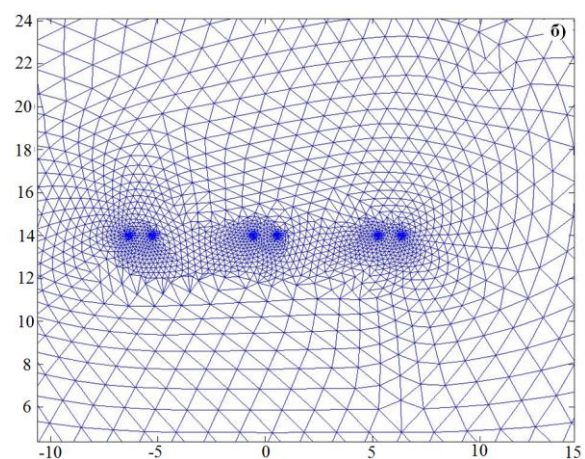
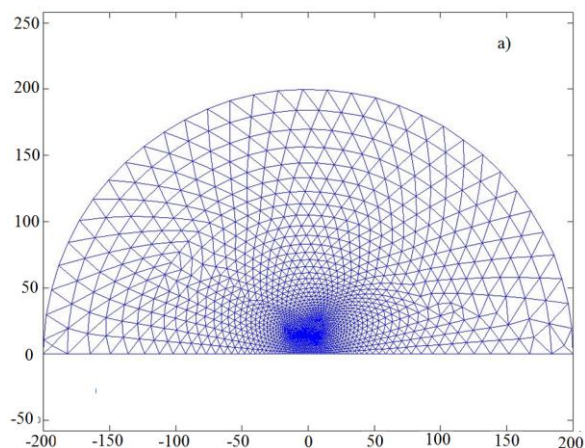
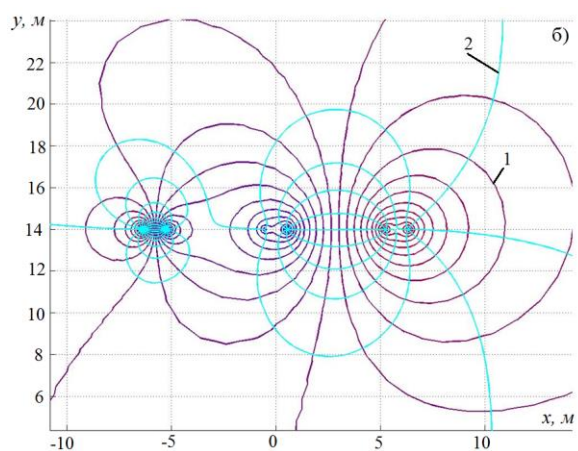
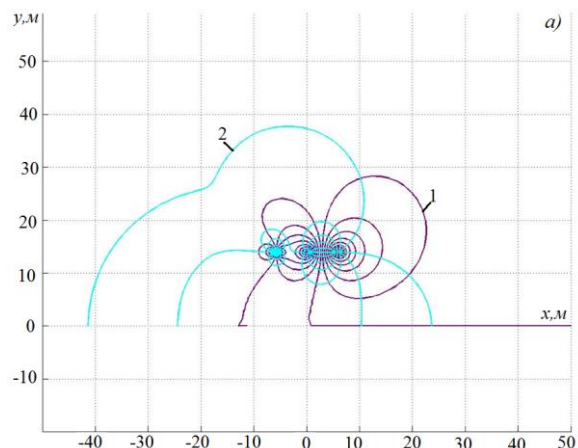


Рис. 6 Сетка в полукруге радиусом 200 м (а) и в окрестности проводов (б, в)

Расчетная сетка имеет неравномерный шаг и при удалении от места расположения проводов фаз воздушной линии шаг сетки увеличивается. На рис. 6 приведены сведения о расчетной сетке в полукруге радиусом 200 м и в окрестностях проводов. Картина распределения электростатического стационарного поля приведена на рис.7.

Выполненные расчеты распределения стационарного электростатического поля линии электропередачи позволяют определить значения погонных частичных емкостей рассмотренной системы проводников. По формуле $\beta = \frac{Q}{U_0}$ вычисляются собственные и взаимные коэффициенты электростатической индукции.



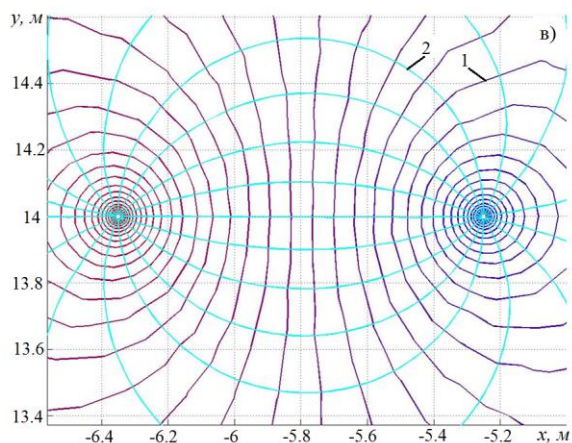


Рис. 7. Линии уровня потенциала (черные линии-1) и потока вектора напряженности (голубые линии-2)

Матрица коэффициентов электростатической индукции β и матрица частичных емкостей C , которая вычисляется по формулам $C_{kk} = \sum_{j=1}^6 \beta_{kj}$ и $C_{kj} = -\beta_{kj}$ при выполнении условия $k \neq j$, имеет следующие значения:

$$\beta = \begin{pmatrix} 8.708 & -3.199 & -0.709 & -0.524 & -0.272 & -0.237 \\ -3.199 & 8.826 & -0.963 & -0.674 & -0.318 & -0.271 \\ -0.709 & -0.963 & 8.953 & -3.047 & -0.676 & -0.523 \\ -0.524 & -0.674 & -3.047 & 8.945 & -0.966 & -0.709 \\ -0.272 & -0.318 & -0.676 & -0.966 & 8.854 & -3.201 \\ -0.237 & -0.271 & -0.523 & -0.709 & -3.201 & 8.705 \end{pmatrix}, \text{ пФ/м,}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3.767 & 3.199 & 0.709 & 0.524 & 0.272 & 0.237 \\ 3.199 & 3.401 & 0.963 & 0.674 & 0.318 & 0.271 \\ 0.709 & 0.963 & 3.034 & 3.047 & 0.676 & 0.523 \\ 0.524 & 0.674 & 3.047 & 3.026 & 0.966 & 0.709 \\ 0.272 & 0.318 & 0.676 & 0.966 & 3.423 & 3.201 \\ 0.237 & 0.271 & 0.523 & 0.709 & 3.201 & 3.765 \end{pmatrix}, \text{ пФ/м.}$$

Для определения матрицы собственных и взаимных индуктивностей рассматриваемой линии электропередач необходимо достроить расчетную сетку в нижнем полуокружье пространства, т.е. ниже уровня поверхности земли. Также необходимо построить расчетную сетку и внутри проводов фаз линии электропередачи. На рис. 8 представлена построенная сетка численного расчета распределения магнитного поля в плоскости круга радиусом 200 м.

Для области в которой была построена расчетная сетка (рис.8) решается задача для уравнения Пуассона для векторного магнитного потенциала A

$$\Delta A = J. \quad (48)$$

В уравнение (48) через J обозначена плотность тока внутри проводов и в земле.

Плотность тока J в воздухе (вне проводов) полагается равной нулю.

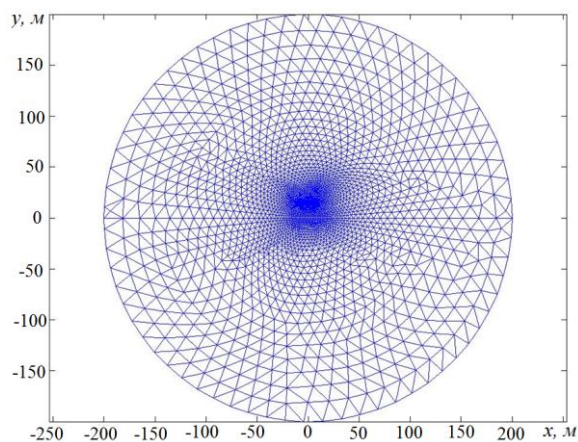


Рис. 8. Расчетная сетка в круге радиуса 200 м.

На внешней границе области значения потенциала A также полагаются равными нулю.

После получения решения для потенциала A во всей расчетной области (рис.8) вычисляются вектор магнитной индукции $B = \text{rot } A$ и напряженность магнитного поля

$H = \frac{1}{\mu} B$. Энергия стационарного магнитного поля W_M вычисляется интегрированием скалярного произведения $\frac{1}{\mu} B \cdot H$ по всей области расчета по формуле

$$W_M = \frac{1}{2\pi} \iint_S H \cdot B \cdot dS.$$

Алгоритм построения матрицы индуктивностей состоит в следующем. Сначала вычисляются собственные индуктивности проводов $L_{ii}, i = \overline{1,6}$. Для каждого провода решается задача (48) в которой ток, текущий по данному проводу, считается известным, а в остальных проводах ток отсутствует. Т.е., в проводе с номером $i (i = \overline{1,6})$ задается ненулевой ток I_i , а остальные токи имеют нулевые значения:

$$I_j = \begin{cases} I_i, & \text{if } j = i \\ 0, & \text{if } j \neq i \end{cases} \quad \text{Плотность тока}$$

вычисляется по формуле $J_j = I_j / S_j$, где S_j – площадь поперечного сечения j -того провода.

В результате решения задачи вычисляется магнитная энергия поля W_M . Собственные индуктивности вычисляются по формуле

$$L_{ii} = \frac{2W_M}{I_i^2}.$$

Вычисление взаимной индуктивности двух проводников системы i -го и j -го выполняется аналогично, за исключением того, что на первом этапе ненулевые величины токов задаются сразу в двух рассматриваемых проводниках ($I_j \neq 0; I_i \neq 0$), а для вычисления величины

L_{ij} используется формула

$$L_{ij} = \frac{W_M}{I_i \cdot I_j} - \frac{1}{2} \left(\frac{I_i}{I_j} L_{ii} + \frac{I_j}{I_i} L_{jj} \right).$$

Результаты вычислений по изложенной методике матрицы индуктивностей для линии, показанной на рис. 4 и рис. 5 приведены ниже:

$$L = \begin{pmatrix} 7.723 & 4.116 & 2.871 & 2.741 & 2.352 & 2.284 \\ 4.116 & 7.723 & 3.028 & 2.871 & 2.426 & 2.352 \\ 2.871 & 3.028 & 7.723 & 4.116 & 2.871 & 2.741 \\ 2.741 & 2.871 & 4.116 & 7.724 & 3.028 & 2.871 \\ 2.352 & 2.426 & 2.871 & 3.028 & 7.723 & 4.116 \\ 2.284 & 2.352 & 2.741 & 2.871 & 4.116 & 7.723 \end{pmatrix}, \text{ мкГн/м.}$$

ВЫВОДЫ

1. Получены аналитическое решение для определения значений погонной индуктивности для одиночного провода, которое учитывает характер магнитного поля в проводнике и вне проводника. Показано, что скорость распространения электромагнитной волны вдоль проводника зависит от радиуса ограничения пространства, которое учтено при вычислении погонных параметров и при увеличении этого радиуса вычисленная скорость распространения электромагнитной волны стремится в пределе к скорости света.
2. Методом конечных объемов получены матрицы собственных и взаимных погонных емкостей, и индуктивностей для многопроводной компактной линии электропередачи напряжением 110 кВ. Вычисленные значения погонных параметров многопроводной линии хорошо согласуются с базовой константой физики – скоростью света.

Литература (References)

- [1] Kalantarov P.L., Zeitlin L.A. Rascet inductivnostei. Spravocinaia kniga. Leningrad, ENERGOFTOMIZDAT, 986 [Kalantarov P.L., Zeitlin L.A. Calculation of inductances. Reference book. Leningrad, ENERGOFTOMIZDAT 1986]

- [2] Iossel Y.Y., Kochanov E.S., Strunskii M.G. Rascet electrostaticheskoi emkosti. - L.: Energoizdat, 1981. - 288 s. [Iossel Y.Y., Kochanov E.S., Strunskii M.G. Calculation of electrostatic capacitance]. - L.: Energoizdat, 1981. - 288 p.
- [3] Kalantarov P.L., Neiman L.R. Teoreticheskie osnovi elektrotehniki. - L.: Gosenergoizdat, 1951. - 464 s. [Kalantarov P.L., Neiman L.R. Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. - L., 1951. - 464 p.
- [4] Teoria elektromagnitnogo polea / B.J. Brunow, L.M. Goldenberg, I.G. Klyatskin, L.A. Zeitlin. - M.: Gosenergoizdat, 1962. - 512 s. [The theory of the electromagnetic field]
- [5] Sapogin V.G., Prokopenko N.N., Marchuk V.I. et al. Pogonnaia induktivnosti zilindricheskikh provodnikov s aksialnoi plotnostiu toka v slozhnykh funktsionalnykh blokh. Inzhenernyi vestnik Dona. Vipusk № 4-1, tom 22, 2012. [Sapogin V.G., Prokopenko N.N., Marchuk V.I. et al. Inductance cylindrical conductors with axial current density in the complex functional units]. Engineers Don. Gazette, nr. 4-1, Volume 22, 2012.
- [6] Demirchyan K.S., Korovkin N.V., Chechurin V.L. Teoreticheskie osnovi elektrotehniki elektrotexniki. Volume 3, Issue 4 - SPb.: Peter, 2004. - 377 p. [Demirchyan K.S., Korovkin N.V., Chechurin V.L. Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. Volume 3, Issue 4 - SPb.: Peter, 2004. - 377 p.
- [7] Patsyuk V.I., Rybakova G.A., Berzan V.P. Metod konechnykh ob'ёмov dlya reseniya trekhmernoi zadachi elektostatiki. Prbl'mi regionalnoi energetiki, 1(15) 2011.-ss. 31-41 [Patsyuk V.I., Rybakova G.A., Berzan V.P. Finite volume method for solving three-dimensional problem of electrostatics. Problems of the regional energetic. 1(15) 2011.-ss. 31-41. ISSN 1857-0070]
- [8] Solicitarea S.A. „Termoelectrica” de ajustare a tarifelor la energia electrică și cea termică. <http://www.anre.md/ro/content/consult%C4%83ri-publice-0>

Сведения об авторах.



Пацюк В. Доктор физ.-мат. наук, доцент Государственного Университета Молдовы, ведущий научный сотрудник Института Энергетики АН Молдовы. Области научных интересов: математическая физика, численный анализ, теоретическая механика и теоретическая электротехника. Автор более 90 научных публикаций, в том числе 10 монографий, одного изобретения.



Берзан В.П. Доктор хабилитат тех. наук, зам. Директора по науке Института энергетики АНМ. Область научных интересов: энергетика, установившиеся и переходные процессы в электрических цепях, математическое моделирование, диагностика энергооборудования. Автор более 350 научных публикаций, 30 патентов на изобретения, в том числе 1 зарубежного патента, 12 монографий, 3 учебных пособий.
E-mail: berzan@ie.asm.md;



Рыбакова Галина. Доктор физ.-мат. наук, доцент Государственного Университета Молдовы, ведущий научный сотрудник Института Энергетики АН Молдовы. Области научных интересов: математическая физика, численный анализ, механика деформируемого тела. Автор более 40 научных публикаций.